

conséquence d'une inharmonicité plus importante des fréquences de résonance, caractéristique des cônes tronqués courts.

L'harmonicité des fréquences de résonance est aussi nécessaire pour que l'instrument soit jouable, c'est-à-dire pour qu'un régime d'oscillations périodiques stable s'établisse. Lorsque les fréquences de résonance sont harmoniques, les résonances d'ordre supérieur sont compatibles avec le régime fondamental et elles favorisent son établissement. Par contre, lorsque l'inharmonicité est forte et que la valeur de l'impédance est du même ordre de

grandeur à plusieurs fréquences de résonance, plusieurs régimes périodiques incompatibles (inharmoniques) sont en compétition. Le résultat est une oscillation quasi périodique qui combine les différents régimes et dont le son est perçu comme un roulement. Nous l'avons vérifié avec le saxophone modifié, et simulé sur ordinateur : lorsque l'on dégrade l'harmonicité, le régime fondamental est de plus en plus difficile à émettre, puis bifurque vers une «note qui roule».

Enfin, l'harmonicité des fréquences de résonance est importante pour que la hauteur de la note ne dépende pas

trop de sa puissance. En effet, plus on joue fort, plus les pics d'impédance aux fréquences élevées interviennent dans l'oscillation.

Des formes harmoniques

Le facteur d'instruments, qui veut fabriquer des instruments dont toutes les notes jouables sont justes, recherche un compromis entre la justesse des différentes notes d'un même registre, obtenues par l'allongement ou le raccourcissement de l'instrument, et l'harmonicité des différents registres pour chaque doigté. La théorie montre que les résonateurs qui remplissent ces conditions sont soit des cylindres, soit des cônes. Dans la pratique, les instruments à vent utilisés pour jouer la musique occidentale sont effectivement des cylindres, telles la flûte traversière et la clarinette, des cônes, tels le hautbois, le basson, le saxophone et certaines flûtes, mais aussi des associations de cylindres et de cônes, tels les cuivres, bien que cette géométrie satisfasse mal le critère d'harmonicité.

De toute façon, les fréquences de résonance des instruments réels ne sont jamais parfaitement harmoniques : tout écart par rapport aux formes théoriques du cylindre ou du cône est une source d'inharmonicité. Ainsi, pour les cônes utilisés avec une anche (hautbois, saxophone et basson), le remplacement de la pointe du cône par l'embouchure est une source d'inharmonicité : les fréquences de résonance ne sont harmoniques que si le cône est complet.

Nous avons confirmé et prolongé, par le calcul puis par la simulation, un résultat obtenu dans les années 1960 par Arthur Benade et Cornelius Nederveen : lorsqu'on fait varier la longueur du bec, on obtient une faible inharmonicité, tout à fait tolérable si le volume de ce bec est égal à celui de la troncature du cône. Un léger resserrement de la perce dans la partie supérieure de l'instrument diminue encore l'inharmonicité. Ce resserrement est effectivement réalisé par les facteurs de hautbois. Malgré cela, lorsque le cône est court relativement à la troncature, l'inharmonicité reste significative : nous avons vu que les dernières notes du premier registre ont un timbre plus pauvre sur ces instruments.

Dans le cas des instruments à trous latéraux, la présence de ces trous, même fermés, détériore l'harmonicité. Ce phénomène est compensé par la modifi-

Qu'est-ce que jouer juste ?

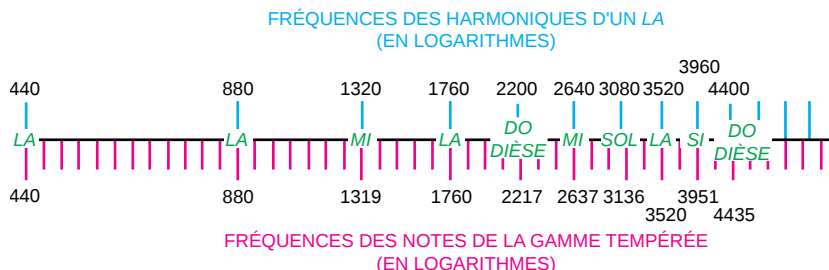
Une note n'est pas juste en elle-même, mais par rapport aux autres. On distingue la justesse harmonique et la justesse mélodique : lorsque plusieurs notes sont jouées simultanément, elles sont harmoniquement justes si leurs fréquences sont dans un rapport rationnel ; deux notes successives sont mélodiquement justes si leur relation correspond à la tonalité (notes de la gamme) dans laquelle ces deux notes interviennent. La justesse harmonique a des fondements physiologiques, tandis que la justesse mélodique est plus culturelle.

La justesse harmonique et la justesse mélodique ne sont pas toujours compatibles. Ainsi la nécessité pour les instruments à clavier de pouvoir jouer dans toutes les tonalités, incompatibles entre elles, implique de réaliser un compromis lors de l'accord : c'est ce que l'on appelle le tempérament. La plupart des intervalles sont alors harmoniquement faux, mais si le tempérament est bien réalisé, l'oreille accepte ce compromis.

Ainsi, pour le tempérament égal, on divise l'octave en douze demi-tons égaux : le rapport de fréquence entre l'octave et la note fondamentale étant 2, le rapport de fréquences

entre deux notes séparées d'un demi-ton est donc $2^{1/12}$. Ce tempérament est de qualité médiocre : tous les intervalles excepté l'octave sont faux relativement aux intervalles harmoniques (dont les rapports de fréquence entre les notes sont des quotients de deux entiers). Par exemple, une tierce majeure (deux tons) correspond à un rapport de $(2^{1/12})^4$ dans la gamme tempérée, soit 1,2599, et de 5/4 dans la gamme harmonique, soit 1,25

Pour les instruments à vent, qui ne sont pas à son fixe, le problème du tempérament n'est pas aussi crucial : les musiciens adaptent la hauteur de la note, dans la mesure du possible, en fonction de son rôle musical. Toutefois, là aussi, un compromis est nécessaire. Pour que la note soit facile à émettre et que le timbre soit riche, l'inharmonicité doit être réduite au minimum : la succession des notes jouées pour un doigté est proche de la gamme naturelle, et viole ainsi le tempérament usuel. À l'inverse, si l'on veut respecter ce dernier, la succession des notes diffère d'une série harmonique, et l'instrument est difficile à jouer. En poussant le raisonnement à l'extrême, on pourrait donc affirmer : jouer juste ou facilement, il faut choisir !



Les fréquences des notes qui forment la gamme tempérée (en rose), sont régulièrement espacées sur une échelle logarithmique : l'octave est divisée en 12 demi-tons égaux. Les harmoniques d'une note (en bleu), ici la, correspondent, jusqu'au dixième, à peu près à des notes de l'échelle régulière, excepté l'harmonique 7 (sol), trop bas de 30 centièmes de demi-ton. L'écart pour la quinte (mi) est de deux centièmes de demi-ton, alors qu'il est de 14 centièmes de demi-ton pour la tierce (do dièse).

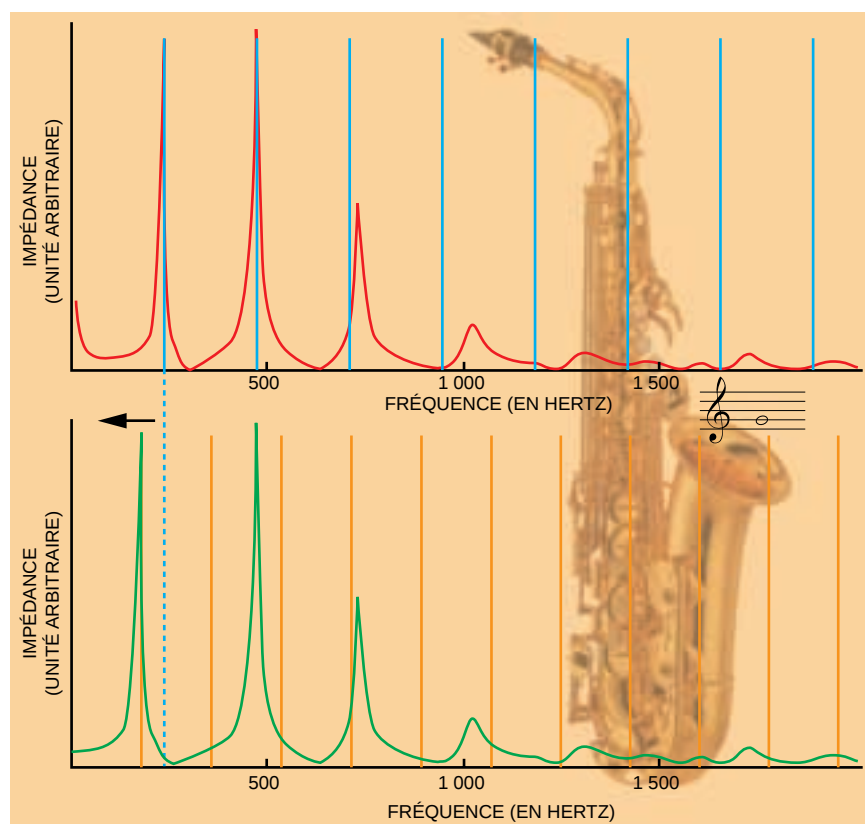
cation locale de la perce de l'instrument. Cela est réalisé sur certaines clarinettes dont la partie supérieure (le barillet) n'est pas cylindrique, comme le reste de l'instrument, mais légèrement conique. Nous avons observé avec différents modèles de clarinettes joués par une bouche artificielle, que la forme exacte du barillet a des conséquences directes sur le timbre de l'instrument. Des inhomogénéités de timbre et des différences de hauteur apparaissent pour des notes différentes de la gamme chromatique, ce qui permet de distinguer sans ambiguïté les instruments.

Enfin, même pour un cylindre parfait, l'harmonicité exacte ne peut être obtenue : elle est perturbée par les frottements visqueux de l'air au voisinage des parois, qui dissipent l'énergie sous forme de chaleur, réduisent l'impédance acoustique pour les fréquences de résonance et décalent légèrement celles-ci. La vitesse du son dépend alors de la fréquence. Les conséquences de ce phénomène sont indépendantes du diamètre du tuyau et jamais négligeables ! En effet, lorsque le diamètre du cylindre augmente, les pertes d'énergie diminuent, et les fréquences de résonance se rapprochent des harmoniques, mais les pics de la courbe d'impédance se resserrent autour des fréquences de résonance : l'impédance reste faible à la fréquence de l'harmonique. En cela un tuyau diffère d'une corde, qui peut être très harmonique (celle de la guitare ou du clavecin en particulier).

Des instruments discontinus

Les instruments à vent peuvent-ils avoir d'autres formes ? En partant des formes connues que sont les cylindres et les cônes, mais en nous autorisant des variations brusques de section, nous avons découvert une infinité d'intermédiaires possibles, formés de tronçons de cônes de longueurs égales mis bout à bout, les dimensions du premier déterminant celles des autres. Ces résonateurs sont *a priori* jouables avec une embouchure de flûte.

Seule une partie de ces résonateurs est utilisable avec une anche : ceux pour lesquels les troncs de cônes sont des cylindres. La section du $n^{\text{ième}}$ cylindre est alors égale à celle du premier multipliée par la somme des n premiers entiers (soit $n(n+1)/2$). Aux changements de section, les diverses réflexions se compensent et permettent une pro-



4. LES FRÉQUENCES DE RÉSONANCE d'un saxophone alto jouant la note sol grave sont celles où l'impédance acoustique (*en haut, en rouge*) est maximale. Alors que les fréquences harmoniques (*traits bleus*) de la note fondamentale en sont des multiples exacts, les fréquences de résonance sont légèrement décalées. L'harmonicité des résonances d'un tuyau sonore n'est pas un phénomène naturel, mais résulte de nombreux ajustement et compromis réalisés par le facteur d'instruments. Lorsque l'on détériore l'harmonicité du saxophone en ajoutant un tube de longueur variable sur son bocal, la première fréquence de résonance diminue (*courbe verte, en bas*) : les deuxième et troisième résonances s'écartent de plus en plus des harmoniques de la note fondamentale (*en orange*). Le timbre s'appauvrit, l'émission de la note est de plus en plus difficile, puis le régime d'oscillation bifurque vers une combinaison des oscillations aux deux premières fréquences de résonance.

pagation similaire à celle d'une onde progressive. Le résultat sonore est comparable à celui obtenu avec un saxophone. Quand le nombre de cylindres tend vers l'infini, on obtient un cône complet. Quand ce nombre est égal à un, on a un cylindre. Par ailleurs, si le résonateur est constitué de N cylindres, les fréquences de résonance multiples de $N+1$ sont absentes. Dans le cas particulier du cylindre, les résonances paires sont bien absentes, comme on l'observe sur la clarinette.

Le cas des cuivres est légèrement différent. La fréquence de jeu, bien que directement liée aux fréquences de résonance de l'instrument, est beaucoup plus fortement contrôlée par la façon dont l'instrumentiste embouche celui-ci. L'exigence de fréquences de résonance harmoniques est moins stricte. En conséquence, la forme des résonateurs dans le cas des cuivres est plus diverse que dans le cas des instruments à anches.

De manière générale, outre l'embouchure, les cuivres sont décomposables en trois parties : une partie cylindrique, une partie conique et le pavillon. Dans le trombone, la partie cylindrique est de loin la plus importante, alors que, dans le cor de chasse, elle est quasi inexistante. Pourtant, dans tous les cas, quelle que soit la proportion entre les deux parties, le résultat est acceptable. Cela est d'autant plus étonnant que, pour un même instrument, le rapport entre les deux portions varie par l'allongement ou le raccourcissement de la partie cylindrique lorsque l'on actionne les pistons ou la coulisse. Le paradoxe a été levé, dans les années 1930, par Henri Bouasse : avec une partie cylindrique et une partie conique bien choisies, les troisième, quatrième, cinquième et sixième fréquences de résonance sont harmoniques entre elles à mieux que deux pour cent, la