

est facile d'obtenir une pâte très ferme. On peut tester cet effet avec du sel fin de cuisine : si l'on essaie de le disperser dans de l'huile (de l'huile alimentaire, par exemple), on obtient difficilement une pâte qui se tient, parce que les grains trop gros ne se tassent pas suffisamment. En revanche, si l'on broie finement cette pâte à l'aide d'une molette, la pâte épaissit à mesure que les grains s'ameublissent, car la quantité de liquide entre les grains diminue suffisamment pour que les distances soient faibles, et les forces de tension superficielle élevées.

Toutes les huiles donneront-elles le même effet ? Les anciens traités de peinture préconisent souvent l'utilisation d'huile vieille pour broyer les couleurs. Pourquoi ce choix ? Parce que l'oxygène oxyde l'huile : les molécules d'huiles sont des triglycérides, avec du glycérol lié à trois chaînes composées seulement d'atomes d'hydrogène liés à un squelette d'atomes de carbone. Les acides gras présents dans les huiles siccatives (c'est-à-dire qui sèchent assez rapidement) sont pour la plupart insaturés (le squelette comporte plusieurs doubles liaisons entre atomes de carbone). L'oxydation provoque la coupure de doubles liaisons, ce qui conduit à la libération d'acides gras. Le groupe acide carboxylique $-COOH$ qu'ils ont à une extrémité modifie les énergies de surface : hydrophile, il se lie aux pigments, tandis que le squelette hydrocarboné, hydrophobe, vient au contact des molécules d'huile. Ainsi les acides gras, sont des agents mouillants et dispersants efficaces.

SAVONS ET ÉMULSIONS

Pour tester cette description théorique, préparons tout d'abord un acide gras en arrosant du savon avec du vinaigre, dans un bain-marie : le liquide qui surnage est constitué des acides gras du savon. Ajoutons une goutte de ce liquide à la pâte ferme de violet de mars et de silice que nous avons préalablement préparée. Quelques tours de molette fluidifient la pâte de façon surprenante : elle semblait être saturée en pigment, mais l'ajout d'acide gras montre qu'elle peut en recevoir davantage. Cet effet provient-il d'un comportement particulier du violet de mars, considéré par les fabricants comme un pigment à problème ?

Refaisons l'expérience avec un pigment qui se disperse bien, tel le blanc de plomb évoqué précédemment. Dispersé d'abord dans de l'huile de lin fraîche et neutre, il donne un résultat décevant : une pâte « givrée », grumeleuse. Toutefois, une pointe d'acide gras lui donnera de la fluidité, puis un onctueux particulier, d'une part en raison de l'ef-



3. Quand on mêle une quantité minime d'acides gras à du violet de mars (à gauche en haut), on obtient une pâte fluidifiée (en haut à droite) où l'on peut introduire davantage de pigment. En bas, on a représenté le même phénomène de fluidification pour un pigment important en peinture et qui se disperse bien dans l'huile : le blanc de plomb.

fet mouillant précédemment évoqué, mais aussi parce que les acides gras réagissent avec le blanc de plomb pour former des savons, excellents dispersants. Ainsi, comme une vieille recette l'indique, on peut commencer par former une pâte de blanc de plomb et d'eau, ce qui permet d'éviter de respirer les poussières toxiques du blanc de plomb ; ensuite on ajoute progressivement l'huile tout en battant le blanc. L'huile remplace l'eau, seule une partie reste emprisonnée sous forme d'émulsion, c'est-à-dire de gouttelettes d'eau enrobées des molécules dites tensioactives et dispersées dans l'huile. On obtient ainsi des peintures de consistance crémeuse et de faible teneur en huile, ce qui facilite le séchage : le graphisme précis et incisif de certaines peintures de la période classique est peut-être dû à l'utilisation de tels blancs.

Le peintre joue ainsi des propriétés hydrophiles ou hydrophobes des pigments.

Terminons ce panorama des comportements étranges en examinant le cas du blanc de Meudon, c'est-à-dire de la craie, qui est naturellement hydrophile mais que l'on peut rendre hydrophobe : il suffit pour cela de dissoudre un gramme d'acide stéarique (ou un autre acide gras saturé à 12, 14 ou 16 atomes de carbones) dans 50 millilitres d'alcool à 96 degrés tiédi. Mouillons 100 grammes de blanc de Meudon avec ce liquide, afin d'en former une pâte, en ajoutant au besoin

de l'alcool. Malaxons, laissons évaporer l'alcool, plaçons cette poudre dans un bocal ouvert sur le panier d'une cocotte minute, suspendu au-dessus de quelques centimètres d'eau. Chauffons de sorte que la préparation « cuise » pendant une heure : l'acide gras réagit avec le sel de calcium pour former, à la surface des grains, un savon qui est hydrophobe.

Comparons le blanc ainsi obtenu au blanc initial, en préparant une pâte avec de l'huile, et une pâte avec de l'eau, pour le blanc non traité et pour le blanc traité. Le blanc de Meudon, qui se disperse bien dans l'eau, se disperse moins bien dans l'huile que le même produit après le traitement.

Toutes ces expériences du peintre dans le jardin devraient aider les peintres dans l'atelier, troublés par la qualité de leurs produits : doivent-ils broyer leurs peintures eux-mêmes, comme jadis, ou doivent-ils employer les peintures en tube ? Sans vouloir faire l'apologie des peintures déjà préparées, remarquons qu'il n'est conseillé de broyer soi-même que si l'on broie bien ; et que le métier de peintre peut effectivement se doubler de celui de fabricant, mais au détriment du temps pour peindre.

François PEREGO est restaurateur de tableaux à Bécherel (Ille-et-Vilaine).

Voyageurs et baguenaudiers

JEAN-PAUL DELAHAYE

Le code de Gros-Gray est utile aux choses sérieuses et futiles.

Les physiciens s'interrogent : l'espace n'aurait-il pas plus de trois dimensions ? La relativité, en prenant en compte le temps, soutient qu'il n'y en a pas moins de quatre, et des théoriciens plus téméraires, armés d'arguments qui échappent au vulgaire, envisagent que nous vivions dans un espace à huit dimensions, voire onze.

Il devient donc urgent de résoudre le problème du voyageur de commerce en dimension n : des points étant donnés dans un espace de dimension n , comment organiser le plus court trajet

qui passe par tous les points ? En suivant l'illustre exemple du mathématicien à qui l'on demandait de calculer le volume d'une vache et qui commençait son raisonnement par « supposons que la vache soit sphérique... », nous nous limiterons au cas des sommets d'un parallélépipède rectangle : quel est le plus court chemin qui passe par tous les sommets d'un tel parallélépipède à n dimensions ?

Un rectangle a quatre sommets. Un parallélépipède, 8, et, plus généralement, un parallélépipède à n dimensions en possède 2^n . Nous noterons ces sommets

00...00, 00...01, 00...10, ..., 11...1 (toutes les suites finies de n symboles "0" ou "1").

Les longueurs des côtés du parallélépipède sont classées de la plus grande à la plus petite. Le problème est maintenant parfaitement bien posé. En imposant de partir du sommet 00...0 (ce qui n'enlève aucune généralité au problème), celui-ci n'admet qu'une seule solution.

La solution est donnée par une suite de sommets qui constituent ce qu'on appelle le code de Gros-Gray, dont le nom provient de Louis Gros et de Frank Gray. Gros était clerc de notaire à Lyon ; il publia en 1872 un opuscule où ce code était présenté pour la première fois en lien avec un casse-tête sur lequel nous reviendrons. Gray travaillait aux laboratoires Bell, il réinventa ce code, et en livra une étude détaillée dans les années 1930 ; il se voit parfois injustement attribuée la paternité exclusive de l'invention.

On sait prouver que le code de Gros-Gray donne le plus court trajet du voyageur de commerce sur le parallélépipède rectangle : ce trajet est représenté sur la figure 2. Le principe de déplacement du voyageur n'est complexe qu'au premier abord : examiné attentivement, il exhibe des régularités fascinantes sur lesquelles nous allons nous attarder.

DES ZÉROS ET DES HUNS

À chaque entier n , nous associons sa notation en binaire $b(n)$ et son code de Gros-Gray que nous noterons $g(n)$. Voici quelques exemples :

$b(0) = 0$	$g(0) = 0$
$b(1) = 1$	$g(1) = 1$
$b(2) = 10$	$g(2) = 11$
$b(3) = 11$	$g(3) = 10$
$b(4) = 100$	$g(4) = 110$
$b(5) = 101$	$g(5) = 111$
$b(6) = 110$	$g(6) = 101$
$b(7) = 111$	$g(7) = 100$

Un tableau plus complet se trouve sur la figure 1. La suite des codes de Gros-Gray peut être définie de bien des façons dont on prouve, avec un peu de patience qu'elles sont équivalentes ; chacune de ces caractérisations sera utile.

La première définition indique comment passer d'un code de Gros-Gray au suivant : on change un seul chiffre (1 en 0 ou 0 en 1), qui est :

- le dernier si le nombre de «1» est pair,
- celui à gauche du «1» le plus à droite, sinon.

En appliquant cette règle, 110 est suivi de 111, qui a pour suivants 101, 100, puis 1100. Cette règle permet au voyageur d'organiser sa tournée : il n'a d'ailleurs même pas besoin de se souvenir de ce qu'il a fait auparavant, sa position seule lui donnant toutes les informations sur le prochain point où il doit se rendre.

1. LE CODAGE DE GROS-GRAY DES ENTIERS

	CODE BINAIRE	CODE GROS-GRAY	PLACE DES BITS MODIFIÉS	EMPLACEMENTS DES 1
0	00000	00000	654321	654321
1	00001	00001		
2	00010	00011		
3	00011	00010		
4	00100	00110		
5	00101	00111		
6	00110	00101		
7	00111	00100		
8	01000	01100		
9	01001	01101		
10	01010	01111		
11	01011	01110		
12	01100	01010		
13	01101	01011		
14	01110	01001		
15	01111	01000		
16	10000	11000		
17	10001	11001		
18	10010	11011		
19	10011	11010		
20	10100	11110		
21	10101	11111		
22	10110	11101		
23	10111	11100		
24	11000	10100		
25	11001	10101		
26	11010	10111		
27	11011	10110		
28	11100	10010		
29	11101	10011		
30	11110	10001		

Qu'un seul chiffre soit changé à chaque étape explique partiellement que le code de Gros-Gray donne la solution du voyageur de commerce en dimension n : ne changer qu'un seul chiffre signifie que les trajets qu'emprunte le voyageur de commerce sont des arêtes du parallélépipède, il évite donc d'emprunter les diagonales d'un rectangle, qui, on le sait, sont plus longues que les côtés.

Qu'un seul chiffre soit changé à chaque étape est aussi ce qui fait l'intérêt du code en électronique et en informatique, où il est utilisé dans la conception de certains circuits et pour l'exploitation

des ordinateurs parallèles : on place les unités de calcul de la machine sur un réseau correspondant à un hyper-cube, et le code de Gros-Gray fournit une numérotation des sommets de cet hyper-cube permettant le contrôle et l'optimisation des communications.

D'autres codes, dénommés codes continus, ont la propriété que le passage d'un nombre au suivant ne change qu'un seul chiffre ; toutefois, ils conduisent à des chemins plus longs et d'autre part le code Gros-Gray est le plus élégant de tous les codes continus, comme le montrent ses autres caractérisations.

RÉCURRENCE, COPIE-AUGMENTÉE ET FRACTALS

La deuxième caractérisation procède par récurrence :

- le code de Gros-Gray de 0 est «0» (ce qui pour nous est équivalent à «00» ou «000» ou «0000», etc. ; d'une manière générale, nous ne tenons pas compte des «0» les plus à gauche d'un code (comme en arithmétique nous ne prenons pas en compte les «0» devant un nombre) ;
- si nous connaissons le code de Gros-Gray des 2^n premiers entiers, celui des 2^n suivants est obtenu en les reprenant

2. LES TRAJETS DU VOYAGEUR DE COMMERCE SUR UN PARALLÉLÉPIPÈDE RECTANGLE

