

Des vaches dans le labyrinthe

IAN STEWART

«Où sont les vaches?» est un labyrinthe autoréférentiel n'ayant rien à voir avec les vaches!

Dans les mathématiques sérieuses, les labyrinthes sont moins rares que vous pourriez le croire. En effet, toute recherche mathématique requiert que vous trouviez un itinéraire à travers un labyrinthe d'énoncés, le passage d'un énoncé au suivant étant une déduction mathématique valide. Un nouveau type de labyrinthe, inventé par Robert Abbott, de Jupiter, en Floride, et nommé «Où sont les vaches?», est à la

fois géométrique et logique. Il est extrait de son nouvel ouvrage *Supermazes* (Super-labyrinthes) (Prime Edition, Rocklin, Californie, 1996). Certains lecteurs se souviendront de R. Abbott comme inventeur du jeu de cartes Éleusis, décrit par Martin Gardner dans *Pour la Science*, en décembre 1977.

Le labyrinthe de R. Abbott est fondé sur un concept logique paradoxal : celui d'autoréférence. Les énoncés autoréfé-

rents sont, pour les logiciens et les philosophes, causes de migraines. Un exemple est associé au nom d'Épiménides, un Crétois qui déclarait que tous les Crétois étaient menteurs, ce qui peut se réduire à :

CET ÉNONCÉ EST FAUX.

L'est-il ou ne l'est-il pas ? Une contradiction pointe le nez dans chaque cas. Et il y a des énoncés mutuellement référentiels, tels :

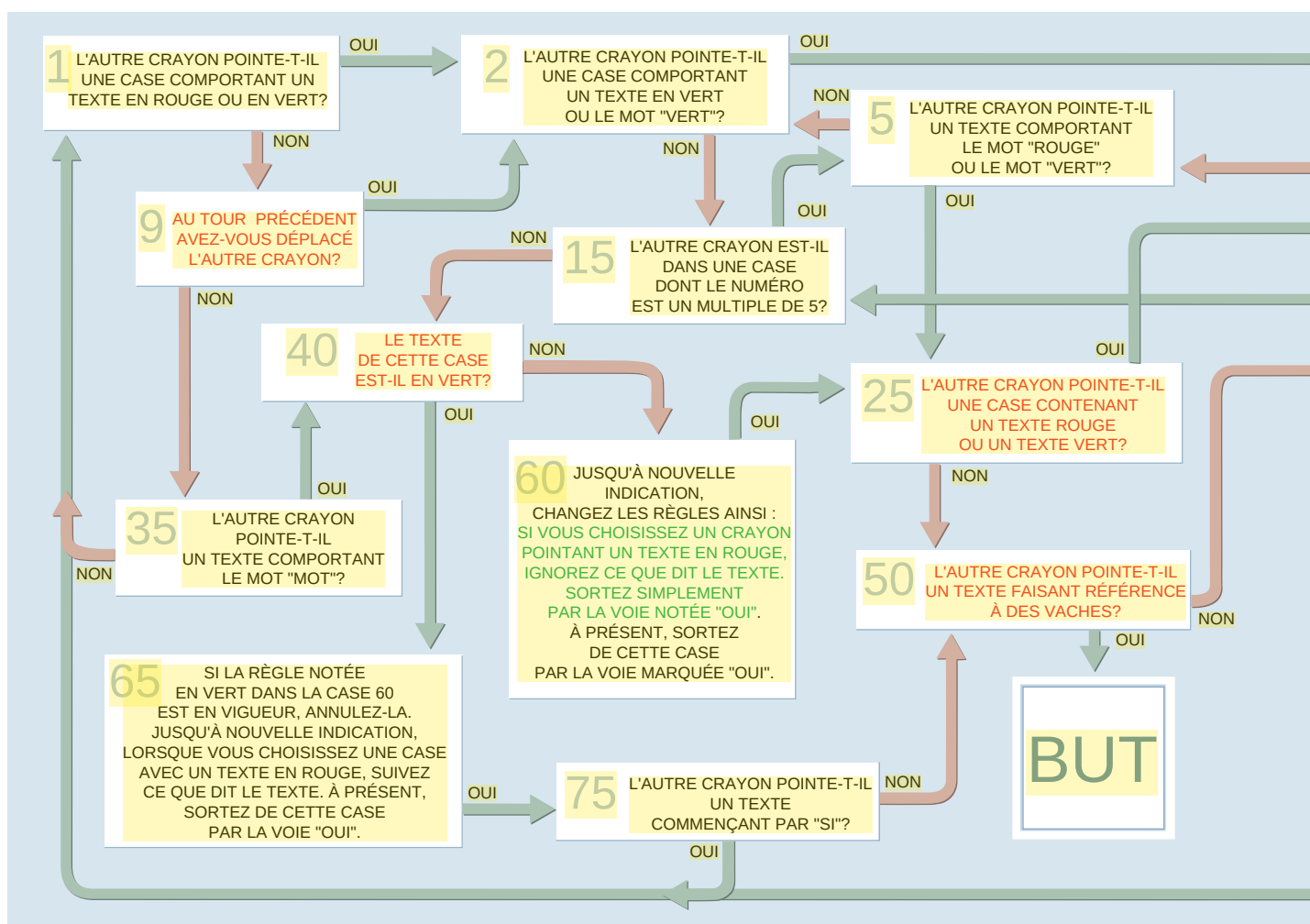
L'ÉNONCÉ QUI SUIT EST VRAI.

L'ÉNONCÉ QUI PRÉCÈDE EST FAUX.

Un champ de mines logique !

L'autoréférence est un important domaine d'étude pour les logiciens, mais la question véritablement importante (à mon point de vue) est celle-ci : l'autoréférence peut-elle être utilisée pour ajouter une difficulté supplémentaire aux labyrinthes ? La réponse, que j'ai plaisir à retranscrire, est : «Oui.»

Le labyrinthe de R. Abbott est représenté sur la figure ci-dessous. Non seulement le texte est autoréférentiel, mais les règles du labyrinthe changent selon votre déplacement. Pour parcourir ce labyrinthe, il vous faut les deux mains, et il est utile de tenir un crayon ou tout autre «pointeur» dans chacune d'elles



pour vous rappeler où vous en êtes. Pour commencer, placez un crayon sur la case 1 et l'autre sur la case 7 (l'indexation des cases ne suit pas l'ordre des entiers ; c'est voulu). Votre objectif est de réaliser une suite de mouvements telle qu'un des crayons au moins arrive dans la case marquée BUT. Pour effectuer un mouvement, choisissez un des crayons, puis suivez les instructions de la case qu'il pointe. Voilà tout. Il n'y a pas d'autre choix à faire, sauf si vous suivez les instructions de la case 55.

Par exemple, si votre premier choix est de pointer la case 7 avec un des crayons, la réponse à la question de la case («L'autre crayon pointe-t-il une case dont le numéro est impair?») est manifestement «OUI». Vous devrez donc faire suivre au crayon de la case 7 le chemin marqué OUI, qui le déplace jusqu'à la case 26.

Facile ? Pas tellement. Supposez que vous choisissiez à présent le crayon pointant la case 26 : «Si vous aviez choisi l'autre crayon, seriez-vous sorti par la voie marquée NON?» Hmm. L'autre crayon était (et est encore) dans la case 1. Si c'est lui que vous aviez choisi, la question pour ce crayon eut alors été : «L'autre

CONSEILS

Si vous avez essayé tout ce qui précède et si vous n'arrivez pas à sortir, voici quelques suggestions.

- Pour atteindre la case BUT, vous devez d'abord atteindre (50, 50) avec la règle 60 non activée. Les autres stratégies pour sortir ne peuvent finalement pas être réalisées.

- Pour atteindre (50, 50), vous devez d'abord arriver en (35, 35). Vous êtes alors à 18 pas de BUT.

- Pour atteindre (35, 35), il vous faut aller en (61, 75), puis déplacer le crayon vers la case 61. Alors les deux crayons peuvent atteindre tous les deux la case 1, de laquelle il est facile d'atteindre la position (35, 35).

- Il y a de nombreuses manières d'aller au départ (1, 7) à (61, 75) ; chacune d'elles requiert d'activer la règle 60, puis de l'annuler à la case 65.

SOLUTION

Dans chaque paire ci-après, le nombre écrit en rouge désigne le crayon que vous devez choisir de déplacer. L'astérisque indique que la règle 60 est activée.

(1, 7), (1, 26), (2, 26), (15, 26), (26, 40), (26, 60), (55, 60), (25, 55)*, (7, 55)*, (26, 55)*, (55, 61)*, (15, 61)*, (40, 61)*, (61, 65)*, (61, 75), (1, 1), (1, 9), (1, 35), (9, 35), (35, 35), (35, 40), (35, 60), (25, 35)*, (7, 35)*, (26, 35)*, (35, 61)*, (1, 35)*, (9, 35)*, (2, 35)*, (15, 35)*, (5, 35)*, (5, 40)*, (25, 40)*, (25, 65)*, (25, 75), (50, 75), (50, 50), BUT.

crayon pointe-t-il une case comportant un texte en rouge ou en vert ?» La case 7 contient un texte en rouge, et la question a donc pour réponse «OUI». Le crayon aurait donc emprunté la sortie OUI, et la réponse à la question est donc NON. Ainsi le crayon pointant la case 26 prendra l'issue NON, qui mène à la case 55.

Fichtre !

La plupart des cases posent des questions, et votre chemin de sortie dépend de la réponse. Certaines, cependant, opèrent différemment. La case 61 vous demande de déplacer les deux crayons, et ce n'est qu'une fois ces deux mouvements achevés que le coup est joué. La case 55 a une sortie marquée IMPROBABLE à la place de l'habituel NON. Et cela fait une différence, par exemple si votre autre crayon pointe la case 26.

Les cases véritablement influentes sont les cases 60 et 65. La case 60 change les règles en éliminant les cases contenant un texte en rouge et en les remplaçant par la règle : «Sortez de cette case par la voie marquée "OUI"», que j'appellerai la règle 60. La case 65 brise la règle 60. Il est possible d'avoir un crayon pointant la case 60 et l'autre la case 65. De fait, chaque case demande d'ignorer l'autre, mais cela n'introduit pas de problèmes autoréférentiels, car vous devez choisir à laquelle vous obéissez ; vous n'obéissez pas aux deux à la fois.

Certaines instructions peuvent apparaître ambiguës. Ainsi la case 5 demande si l'autre crayon pointe un texte comportant le mot rouge ou le mot vert. Si l'autre crayon pointe la case 1, bien entendu, la réponse est OUI, mais qu'en est-il s'il pointe la case 5, qui cite les mots «rouge» et «vert» entre guillemets ? L'interprétation de R. Abbott est qu'il faut ignorer les guille-

mets et que la réponse est donc OUI. De même, la case 50 demande si l'autre crayon pointe un texte faisant référence à des vaches ; le mot «vaches», cependant, n'apparaît dans aucune autre case. Bien entendu, les deux crayons peuvent pointer la case 50, autorisant alors la sortie vers BUT, à moins que vous estimiez que la case 50 ne fait pas vraiment référence à des vaches ! Un conseil : évitez cette sorte d'argutie métaphysique ou vous ne sortirez jamais du labyrinthe.

Peut-être êtes-vous certain à présent que l'unique manière d'atteindre la case BUT est d'avoir les deux crayons pointés sur la case 50. Ce serait vrai, n'était la case 60. Si vous pouvez conduire un crayon en 50 alors que la règle 60 s'applique, alors qu'importe où est l'autre crayon. Vous êtes sorti. En fait, il y a une autre manière d'atteindre le BUT. La voyez-vous ?

La plus étrange situation qui puisse se présenter est le cas où les deux crayons pointent la case 26. Il n'y a pas de réponse claire à la question. Que faire alors ? R. Abbott a si astucieusement construit son labyrinthe que les deux crayons ne peuvent pointer la case 26 que lorsque la règle 60 s'applique, auquel cas le texte de la case 26 doit être ignoré ! Il en va de même si les deux crayons pointent la case 61.

Il ne vous reste plus qu'à tenter votre chance, sans aide supplémentaire. Si vous ne voulez pas vous en tenir à la simple ténacité, vous avez plusieurs stratégies. L'une est de regarder les caractéristiques clés du labyrinthe. Ainsi, pour atteindre la case BUT, il vous faut avoir un crayon en 50 et être en situation telle que l'issue correcte soit OUI. Une autre astuce est de remonter les coups à partir d'une position souhaitée.

À vous de jouer !

