

La bosse des maths

Stanislas Dehaene. Éditions Odile Jacob, 1997.

F redonnons un air : «Malbrough s'en va-t-en guerre», ou le «Taratata» de la Cinquième Symphonie de Beethoven. Combien y a-t-il de notes dans ces fragments ? Huit à dix dans le premier, quatre ou cinq dans le second, est-on tenté de répondre si on ne les compte pas explicitement. L'estimation «à vue de nez» est imprécise à partir de quatre. Autre expérience : un ami trace un repère à la craie sur un chemin, à dix ou douze mètres de vous, puis vous invite à vous y rendre, les yeux bandés. En général, vous vous arrêtez à hauteur du repère, avec une erreur inférieure au demi-pied. À combien de pas se trouvait le repère et combien de pas avez-vous fait ? Vous voilà incapable de le dire.

En somme, il existe un centre, dans un coin du cerveau, qui programme les mouvements de la marche, évalue la distance, calcule exactement le nombre de pas à faire, mais les éléments de son calcul ne passent pas à la conscience. Nous savons «moins bien que nos pieds» le nombre de pas à faire. Les animaux, aussi, savent compter avec leurs pieds. L'araignée possède, près des articulations des pattes, un organe sensible aux déformations mécaniques. Quand elle part en excursion, elle avance d'un pas régulier, et cet organe la renseigne sur le nombre de pas accomplis et sur la distance à parcourir pour retrouver son logis.

Maladroits dans le chiffrage approximatif, aurions-nous néanmoins quelque talent pour naviguer dans l'espace des nombres purs et y accomplir de l'arithmétique mentale ? Dans son livre passionnant, Stanislas Dehaene entreprend de nous détromper : il y défend avec force l'idée que la représentation des nombres dans le cerveau humain est des plus floues, et qu'ils y seraient traités comme des grandeurs analogiques.

Sa proposition s'appuie en premier lieu sur une expérience publiée en 1967 par R.S. Moyer et T.K. Landauer, qu'il a lui-même complétée : la «pesée des nombres». Dans cette expérience, on demande à un sujet de désigner rapidement le plus grand de deux chiffres compris entre 0 et 9. Intuitivement on s'attend à ce que «4 plus grand que 3» ait le même caractère d'évidence

que «7 plus grand que 2», et que le temps de réaction soit égal pour toutes les comparaisons. Or plus les chiffres sont proches, plus les sujets répondent lentement, et plus ils commettent d'erreurs. D'où l'idée que les nombres seraient comparés par un processus analogique, une sorte de pesée. S. Dehaene préfère une métaphore visuelle où les nombres seraient gravés sur une sorte de ligne neuronale. Comparer deux nombres reviendrait à comparer des distances à l'origine, sur cette ligne.

Toutefois, insiste-t-il, nous avons une appréhension immédiate et exacte des petits chiffres, entre 1 et 4. Expériences à l'appui, il propose que, «dès l'âge de six mois, le bébé est en possession d'un compteur arithmétique rudimentaire, capable de reconnaître les petits nombres et de les combiner en additions et soustractions élémentaires». Pour lui, l'enfant dispose d'une représentation numérique abstraite et, face à un petit nombre de stimuli, il «perçoit réellement un nombre plutôt qu'une configuration sonore ou une disposition géométrique des objets».

Le second point d'appui de S. Dehaene est tiré des observations cliniques qu'il a faites, avec Laurent Cohen, sur des patients qui, à la suite de lésions dans des aires précises du cerveau, présentent de curieuses déficiences dans la manipulation des nombres. Notamment, un certain M. Nau ne sait plus combien font deux plus deux : il répond tantôt trois, tantôt quatre, tantôt cinq, mais ne donne jamais de résultat éloigné, tel neuf. Le chapitre consacré à ces études de cas est, pour moi, le plus intéressant du livre, par la richesse des exemples et par l'ahurissante virtuosité avec laquelle l'auteur les interprète en termes de circuits neuronaux reliant des aires du cerveau.

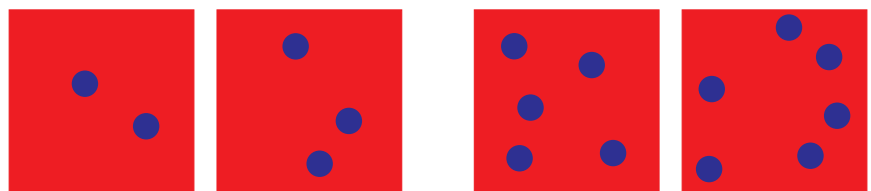
Ce livre est écrit à chaud, sur des questions qui sont loin d'être réglées ; aussi a-t-on le droit d'être en désaccord avec l'auteur, sans pour autant méconnaître son mérite. Je dirai donc pourquoi je trouve douteuse l'expérience cruciale de la «pesée des nombres». Je soupçonne que, lorsque deux chiffres sont comparés dans les conditions semi-

hypnotiques des tests psychologiques, leur vue activerait parallèlement deux processus : l'un serait la comparaison arithmétique accomplie par un processeur qualifié, l'autre serait une évocation des valeurs analogiques associées aux chiffres, le second perturbant l'expression du premier. Au lieu de mesurer la compétence arithmétique, on mesurerait le phénomène parasite.

J'ai refait l'expérience de R.S. Moyer et T.K. Landauer, et j'ai constaté que mes erreurs étaient toujours conscientes et qu'elles se produisaient souvent par paires. C'était comme si, quelque part dans mon cerveau, un centre peu doué pour les chiffres avait pris de vitesse un centre plus compétent et obtenu l'accès prioritaire aux mouvements des doigts. Dès que je commettais une erreur, ma vigilance augmentait, mais vlan ! au coup suivant, mes doigts me faisaient répondre contre mon gré que 2 est plus grand que 9. Comme si le centre qui gère les mouvements des doigts se disait : «puisque Monsieur n'est pas d'accord, je ferai juste le contraire de ce que je faisais jusqu'à présent».

Enfin, dans une expérience de contrôle, j'ai comparé directement des étendues (les surfaces de disques lumineux) : là, mes doigts ne me trahissaient pas, et les temps de réaction étaient plus courts. Quand des chiffres étaient inscrits sur les disques et que le grand chiffre était sur le petit disque, les temps de comparaison augmentaient, tout en restant inférieurs à ceux qui étaient mesurés dans la pure comparaison des chiffres. Peut-être que mon processeur arithmétique, incapable de commander aux doigts dans l'épreuve de comparaison de chiffres, réussissait à influencer l'unité chargée de comparer les étendues des disques ?

Tout en étant vivement intéressé par le livre, j'ai éprouvé, à sa lecture, un sentiment de malaise grandissant, qui tient à la différence d'état d'esprit entre ma génération de «soixante-huitards» et la génération montante, à laquelle S. Dehaene appartient : nous étions prompts à dénoncer tous les pouvoirs et récusions le droit de cuissage dans les publications scientifiques. Ce qui



On distingue du premier coup la différence entre 2 et 3 (à gauche), mais pas entre 5 et 6 (à droite).

m'a donc peiné, c'est que S. Dehaene distribue les critiques et les éloges d'une manière qui coïncide trop étroitement avec les intérêts des réseaux actuels de pouvoir dans la science. Je trouve choquant, par exemple, qu'il qualifie systématiquement de «prestigieuses» des revues médiatiquement puissantes, mais bien connues aussi pour leur peu de fiabilité scientifique. Puisse cette remarque encourager le lecteur à prendre du recul par rapport au texte, mais non le dissuader d'en prendre connaissance.

La bosse des maths est un livre de terrain, écrit par un chercheur à la démarche originale, personnellement engagé dans la construction du savoir contemporain et dont les expériences nous concernent tous. Nous ne sommes pas tenus de le suivre dans ses conclusions, et lui-même a toute une vie pour évoluer, mais ne manquons pas de profiter des riches matériaux qu'il a assemblés, pour nourrir notre réflexion.

Jacques NINIO

Physique

Les atomes existent-ils vraiment ?

Bernard Diu. Éditions Odile Jacob, 1997.

Quelle est l'origine de la régularité macroscopique du monde ? Lorsqu'un système physique isolé évolue, certains attributs macroscopiques mesurables prennent des valeurs infiniment plus probables que d'autres. Cette propriété rend notre monde physique reproductible et prévisible, ce qui est une autre manière de dire qu'un litre d'eau a des propriétés physiques reconnaissables en toutes circonstances.

Si tout ce qui bouge relève de la mécanique, tout ce qui s'échauffe, refroidit et, même, demeure à température fixe est du ressort de la thermodynamique. Rien ne semble trop grand pour elle, pas même l'Univers, ni trop petit, pas même le trou noir.

Née de la nécessité technique d'analyser «la puissance motrice du feu», selon les termes de son fondateur, Sadi Carnot, cette théorie d'une élégance mathématique glacée semble nier son origine pratique et ignée. La thermodynamique, science abstraite des objets macroscopiques, de tous les objets

macroscopiques, est une esthétique du peu. Il est, en effet, vraiment remarquable, étant donné le nombre considérable d'atomes qui le constituent, qu'un système de taille macroscopique puisse être décrit par une poignée de paramètres physiques, dont la température et l'obscur entropie, dont le nom fut ciselé par Rudolf Clausius, en 1865.

L'entropie, classiquement notée par la lettre *S*, est le concept crucial de la physique thermique. La précision et l'utilité de cette notion en font l'une des clefs de la physique en général, et de la cosmologie en particulier : l'idée d'entropie et de son accroissement presque inévitable de fait rend possible une vision évolutionniste du monde et donne aux choses un destin.

$\Delta S \geq 0$ (pour un système isolé), et le devenir prend possession du monde et des objets !

Cette définition, toutefois, est trop subtile pour donner la moindre intuition de la nature physique de l'entropie et de ce qu'elle mesure. Le concept, finalement, reste comme une simple formule à mémoriser. De nombreux textes tentent de lui donner chair en la considérant comme une mesure du «désordre» vers lequel tendraient spontanément les systèmes isolés, alors que rien n'est plus démocratiquement ordonné qu'un gaz en équilibre thermique.

L'interprétation statistique de l'entropie en tant que logarithme du nombre de micro-états quantiques recouvrant un macro-état possible du système ($S = k \ln N$) est, en comparaison, relativement plus concrète et évidente, pourvu que l'on ait défini correctement les notions de micro- et macro-état et, bien sûr, de système. Le logarithme dans la définition de *S* est essentiel si l'on



Rudolf Clausius (1822-1888) introduisit le mot «entropie» en 1865.



Ludwig Boltzmann (1844-1906) fonda la théorie cinétique des gaz et définit l'entropie à partir du nombre de configurations microscopiques correspondant aux états microscopiques.

veut lier l'entropie et la température d'une manière simple. Ainsi les grandeurs nouvelles, par rapport à une description purement mathématique, purement thermodynamique, ainsi que les lois qui les régissent, sont dégagées du comportement collectif des particules microscopiques dont le mouvement est, en dernier ressort, déterminé par la seule mécanique. Le problème est qu'il n'est pas trivial de montrer, à partir de cette définition, que l'entropie d'un système macroscopique en interaction avec un autre croît inévitablement...

Je ne pouvais imaginer jusqu'alors que l'on puisse exposer sérieusement à une large audience le deuxième principe de la thermodynamique sans susciter de frustration ou de migraine. Enfin un gentilhomme de science parut.

Bernard Diu nous guide d'une main sûre dans le palais ombreux des glaces de l'entropie. Il fait lumière sur les merveilles du raisonnement thermodynamique et, au détour d'un couloir, il nous souffle un poème, comme pour nous réchauffer. Comment le remercier ?

Mais pourquoi laisser croupir au fond d'une oubliette de bas de page Prigogine le Téméraire, même s'il a construit sa réputation sur une conception inverse de la thermodynamique ? *Les atomes existent-ils vraiment ?* et *La fin des certitudes* ne s'éclairent-ils pas mutuellement ?

Et au chapitre de la pression, pourquoi ne pas mentionner que la pression négative, par le biais de l'équation d'état du vide quantique (pression = - densité d'énergie) joue un rôle déterminant en cosmologie, étant source d'une vertigineuse expansion de l'espace qualifiée d'inflation ?