

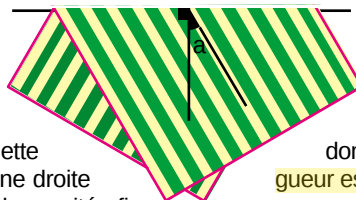
JEU-CONCOURS

PIERRE TOUGNE

N° 39

COMMENT ÉTENDRE SA SERVIETTE DE BAIN ?

Ce mois, un problème pratique : comment faire sécher le plus rapidement possible sa serviette de bain quand on n'a pas de pinces à linge et que la corde à linge est très glissante. Plus précisément, on supposera qu'il n'y a aucun frottement entre la corde et la serviette et, par conséquent, que la serviette doit être pliée autour d'une droite passant par son centre de gravité afin qu'elle ne tombe pas. D'autre part, pour que la serviette sèche le plus rapidement possible, on doit chercher à minimiser la surface des parties de la serviette qui se recouvrent. Dans le cas d'une serviette carrée, il n'est pas difficile de montrer que l'on doit la plier autour d'une droite faisant



un angle de $\pi/8 = 22,5$ degrés avec une diagonale de la serviette. Pour une serviette rectangulaire, le problème est plus délicat. Sauriez-vous déterminer l'angle α de la normale au pli avec l'axe de symétrie dans le sens de la longueur de la serviette (voir la figure) pour des serviettes dont le rapport largeur sur longueur est, soit 0,5, soit 0,838 ?

Envoyez vos réponses aux questions sur carte postale à **Pour la Science**, 8, rue Férou, 75006 Paris. Parmi les réponses exactes reçues pendant le mois de septembre 1997, dix gagnants tirés au sort recevront un livre.

RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N°37

Remarquons qu'ajouter à droite d'un nombre binaire un 0 ou un 1 revient à multiplier le nombre décimal correspondant par deux et lui additionner respectivement 0 ou 1. D'autre part, le critère d'arrêt du jeu étant la divisibilité ou non du nombre décimal par un nombre premier p , ce n'est pas le nombre lui-même qui nous intéresse, mais le reste de sa division par p qui obéit à la même loi de transformation que le nombre lui-même en calculant simplement modulo p . Ainsi si p est un nombre premier de la liste, Marc devra éviter le reste 0 (évident) et le reste $(p-1)/2$, car Benoît, en ajoutant un 1, conduira au nombre décimal dont le reste de la division par p est $2 \times (p-1)/2 + 1 = p \equiv 0 \pmod{p}$, donc divisible par p . Prenons l'exemple de la liste (5, 7 : Marc doit éviter le reste 2 pour la division par 5 et le reste 3 pour la division par 7. Au départ, les deux restes sont 1 et 1, ce qui est noté (1, 1) ; s'il ajoute un 0 ceux-ci deviennent (2, 2), position perdante pour la division par 5, et s'il ajoute un 1, les restes sont (3, 3), position perdante pour la division par 7, donc Benoît gagne. Pour la liste (7, 11), Marc doit éviter les restes respectifs 3 et 5, d'où son meilleur jeu :

(1, 1) $\xrightarrow{0}$ (2, 2) $\xrightarrow{0}$ (4, 4) $\xrightarrow{0}$ (1, 8)

mais, au coup suivant, il ne peut donner que les deux positions perdantes $\xrightarrow{0}$ (2, 5) ou $\xrightarrow{1}$ (3, 6), et Benoît gagne.

Dans le cas de la liste (5, 11), la suite des coups forcés de Marc est (1, 1) $\xrightarrow{1}$ (3, 3) $\xrightarrow{0}$ (1, 6) $\xrightarrow{1}$ (3, 2) $\xrightarrow{0}$ (1, 4) $\xrightarrow{1}$ (3, 9) $\xrightarrow{0}$ (1, 7) $\xrightarrow{1}$ (3, 4) $\xrightarrow{0}$ (1, 8) $\xrightarrow{1}$ (3, 6) $\xrightarrow{0}$ (1, 1), et, comme (1, 1) est une position précédente, Marc gagnera en recommençant la même suite, c'est-à-dire la stratégie notée 1 10.

La liste (7, 11) est plus intéressante, car l'arbre binaire des possibilités de Marc a plusieurs branches et il y a 12 stratégies possibles dont la plus immédiate est (1, 1) $\xrightarrow{0}$ (2, 2) $\xrightarrow{0}$ (4, 4) $\xrightarrow{1}$ (2, 9) $\xrightarrow{1}$ (5, 8) $\xrightarrow{1}$ (4, 6) $\xrightarrow{1}$ (2, 2) soit 10 0111 et la plus simple 10 01 (vérification laissée au lecteur). L'analyse de la liste (7, 11, 13, 17) ne présente pas de difficulté, si ce n'est sa longueur, et l'on montre que Marc en jouant au mieux perdra au 16^e coup après la suite 100 101 111 010 00 {0/1}.

À propos du Jeu-Concours n° 35, une erreur s'est glissée dans la réponse. Il fallait lire $l = \sqrt{119^2 - 105^2} = 56$. D'autre part, J. Marot a réussi la gageure de donner une expression algébrique (!) de la longueur l séparant les deux murs (on le trouvera sur le site WEB de *Pour la Science*).