

JEU-CONCOURS

PIERRE TOUGNE

N° 40

DE L'ART DE DEMANDER SON CHEMIN

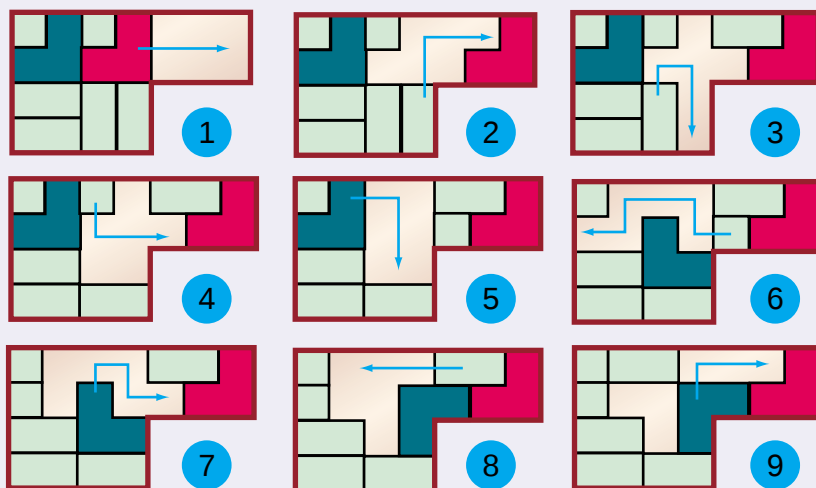
Un classique du casse-tête logique est le suivant ; un voyageur arrive à l'embranchement de deux routes menant soit à Rome, soit à Paris, mais dont les poteaux indicateurs ont été effacés. À l'intersection se trouvent deux autochtones se connaissant parfaitement dont l'un dit toujours la vérité et l'autre est un menteur invétéré. Comment le voyageur peut-il connaître la route de Paris en ne posant qu'une seule question ? Il suffit de poser à n'importe lequel des deux autochtones la question suivante : « Si je demande à votre collègue la route de Paris, quelle sera sa réponse ? ». La route de Paris sera toujours le contraire de celle indiquée. Pour

le jeu-concours de ce mois-ci, compliquons légèrement le casse-tête en ajoutant un troisième autochtone fantasque qui selon son humeur ment ou dit la vérité. Quel est le nombre minimum de questions que devra poser le voyageur aux autochtones et quelles sont ces questions pour connaître avec certitude la route de Paris.

Envoyez vos réponses aux questions sur carte postale à *Pour la Science*, 8, rue Férou, 75006 Paris. Parmi les réponses exactes reçues pendant le mois d'octobre 1997, dix gagnants tirés au sort recevront un livre.

RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N°38

Un nombre important de lecteurs ont su répondre au « Petit puzzle pour les vacances ». Qu'ils soient remerciés de leurs bons neuf mouvements et qu'ils veuillent nous pardonner d'avoir interverti les couleurs des structures rouge et bleue.



ERRATUM

De nombreux lecteurs m'ont fait remarquer, à juste titre, que la solution « à la physicien » du jeu-concours n° 36 était fautive. En effet, si l'on suspend un triangle (ou toute autre figure plane) par un fil en un point, la direction du fil passera bien par le centre de gravité du triangle, mais les deux surfaces ainsi délimitées ne seront pas égales, car l'équilibre est obtenu quand les moments des deux poids de chaque partie du triangle par rapport au point d'attache sont égaux. On a l'égalité des masses (aires) que si les distances des centres de gravité de chaque partie à la direction du fil sont égales, ce qui, en général, n'est pas le cas.



De Saint-Pétersbourg à Miami

CHRISTIAN WALTER

Comment assurer des catastrophes infiniment coûteuses et infiniment rares ?

Le jeu de Saint-Pétersbourg est un jeu de pile ou face particulier : le lanceur, jette une pièce jusqu'à ce que «face» sorte. Quand face apparaît pour la première fois au cinquième lancé, la somme versée par le payeur au lanceur est 2^5 , soit 32 francs. Si face n'arrive qu'au dixième lancé, le gain du lanceur est 2^{10} , soit 1 024 francs.

Quel droit d'entrée le lanceur doit-il verser avant chaque partie pour que le jeu soit équitable ? Le lanceur a une chance extrêmement faible (2^{-1}) de gagner une somme extrêmement forte (2^1). Cette somme est d'autant plus grande – et plus rare – que face apparaît tard. Le gain probable du jeu n'en est pas moins... infini. Si le payeur est un casino, il devrait alors demander un droit d'entrée infini au joueur lanceur... qui ne gagnera le plus souvent que très peu ! C'est le «Paradoxe de Saint-Pétersbourg», inventé en 1713 par Nicolas Bernoulli.

Le jeu de Saint-Pétersbourg est transposable aux assurances : combien l'assuré doit-il payer pour se prémunir d'accidents très rares, mais très coûteux ? Ces grands sinistres sont des catastrophes naturelles ou des accidents industriels majeurs : tremblements de terre, cyclones, naufrages de pétroliers géants, explosions des centrales nucléaires. Les différents coûts de ces sinistres pour les compagnies d'assurance correspondent à une suite de gains du jeu de Saint-Pétersbourg, où les assurés sont les lanceurs.

Comment calculer la prime ? L'assuré ne joue qu'une seule partie, mais il y a différents assurés, chacun jouant sa partie. Il faut, en reprenant l'analogie du jeu, établir une perte moyenne pour différentes parties. Dans les jeux où l'espérance mathématique est finie, plus il y a d'assurés et plus il y a de parties, plus la moyenne des sommes à verser dues à l'occurrence d'accidents est proche de l'espérance mathé-

matique finie. C'est la prime. Dans les cas de type Saint-Pétersbourg, où l'espérance mathématique est infinie, plus le nombre des assurés augmente, et plus ils s'assurent longtemps, plus la moyenne des sommes à verser est importante. La prime est alors le coût maximal de l'assureur divisé par le nombre d'assurés.

La compagnie d'assurance doit alors, à partir des capitaux dont elle dispose, calculer le risque maximal payable, et donc le nombre maximal d'assurés possibles. Si l'assurance est obligatoire, la seule solution économique sera d'augmenter la capacité de remboursement de la compagnie d'assurance, et donc de fusionner avec une autre compagnie : c'est la logique de concentration économique des assureurs, entrevue par Paul Lévy en 1925 dans le contexte du paradoxe de Saint-Pétersbourg.

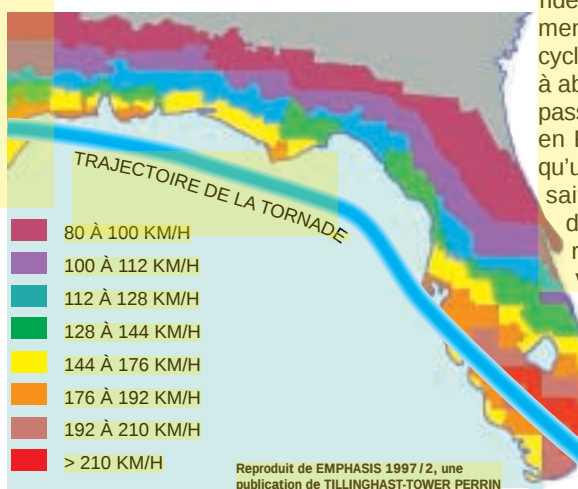
TRANSFERTS DE COÛTS

Les études récentes font apparaître une augmentation du coût des sinistres en assurance-dommages, due à l'accroissement du nombre des «catastrophes naturelles», mais aussi au manque de prudence des acteurs de la vie écono-

mique. Ainsi on observe de trop fortes concentrations urbaines dans des régions à cyclones et des constructions de mauvaise qualité dans des zones à risques sismiques. Un des rôles des compagnies d'assurance serait de facturer au juste prix le coût de la protection, afin de dissuader les constructeurs de réaliser des bâtiments insuffisamment protégés ou dans des zones à forts risques.

Des primes d'assurance qui sous-évaluent le coût réel des pertes probables reportent sur les individus avisés, les imprudences de ceux qui n'adoptent pas un comportement adapté aux risques encourus. Dans le cas d'un sinistre, les coûts seront financés par une subvention de l'État, qui se traduira par une augmentation des impôts (transfert du coût sur les autres citoyens), ou un financement par accroissement de la dette publique (transfert du coût sur les générations futures). Autrement dit, une sous-évaluation des prix encourage des comportements trop risqués. Au contraire, l'intégration du coût réel des sinistres dans les primes d'assurance fait payer à chacun le juste prix de sa conduite. Si les retraités américains tiennent à habiter le plus près possible des côtes de la Floride, les coûts de la construction des bâtiments devraient inclure les risques de cyclones. Les actuaires de Floride ont eu à aborder toutes ces questions après le passage du cyclone «Hurricane Andrew» en Floride. Une des conclusions était qu'une assurance trop bon marché induisait des constructions mal protégées dans des zones à risques, et transférerait le coût de l'imprudence sur les individus prudents. Est-ce une bonne politique pour la collectivité ?

Miami est une luxueuse station balnéaire. Que se passerait-il en cas de déplacement de la route d'un cyclone de type «Andrew» de quelques kilomètres au Nord, sur Miami ? Réponse sur la figure ci-contre. Les neiges de Saint-Pétersbourg sont prêtes à tomber sur les plages ensoleillées de Miami.



Vitesses des vents lors du passage d'un cyclone de type Andrew sur les côtes de Floride. Le coût des dégâts assurés résultant de la tornade serait de 100 milliards de dollars.