



David H. Funk

7. LA FEMELLE DU GRILLON À DEUX TACHES (*Neoxabea bipunctata*) consomme, après la copulation, les sécrétions des glandes situées sur le dos du mâle. La fragile poche de sperme, le spermatophore, pend près de l'extrémité de son abdomen (à droite). La femelle du grillon d'Aillard (*Allonemobius allardi*) se nourrit d'une sécrétion glandulaire provenant d'un ergot tibial modifié situé sur la patte du mâle (en haut).

s'accoupler, tandis que les femelles choisissent. Chez la sauterelle *Anabrus simplex*, fléau de l'Ouest américain, que le capitaine Feilner observa «en si grand nombre qu'elles en couvraient le sol», en période de famine, faute de pouvoir produire des aliments, les mâles s'accouplent moins souvent ; inversement, les femelles ont un besoin accru de se nourrir de repas nuptiaux, et cherchent à s'accoupler le plus possible. Si Feilner avait poursuivi ses observations de sauterelles, il aurait peut-être découvert que ce sont les femelles, et non les mâles, qui sont en concurrence pour trouver un partenaire. Les mâles sont alors très sélectifs dans le choix de la femelle qui consommera leur sac précieux et savoureux.



Darryl GWYNNE est professeur de zoologie à l'Université de Toronto.

Orthopteran Mating Systems: Sexual Competition in a Diverse Group of Insects, sous la direction de D.T. Gwynne et G.K. Morris, Westview Press, 1983.

Randy THORNHILL et Darryl T. GWYNNE, *The Evolution of Sexual Differences in Insects*, in *American Scientist*, vol. 74, n° 4, pp. 382-389, juillet-août 1986.

David H. FUNK, *L'accouplement de grillons arboricoles*, in *Pour la Science*, octobre 1989.

D.T. GWYNNE et L.W. SIMMONS, *Experimental Reversal of Courtship Roles in an Insect*, in *Nature*, vol. 346, pp. 172-174, 12 juillet 1990.

Georges PASTEUR, *Jean-Henri Fabre*, in *Pour la Science*, septembre 1994.



Roger-Viollet

La quadrature du carré

IAN STEWART

Comment paver un carré avec des carrés plus petits, tous de tailles différentes ?

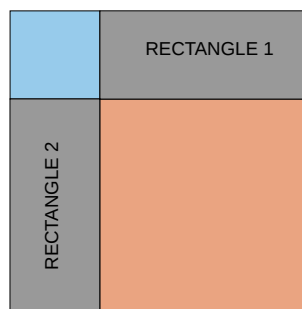
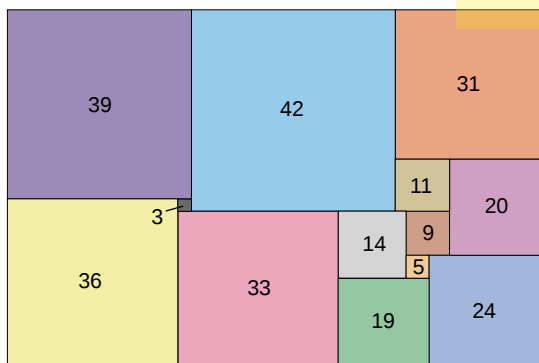
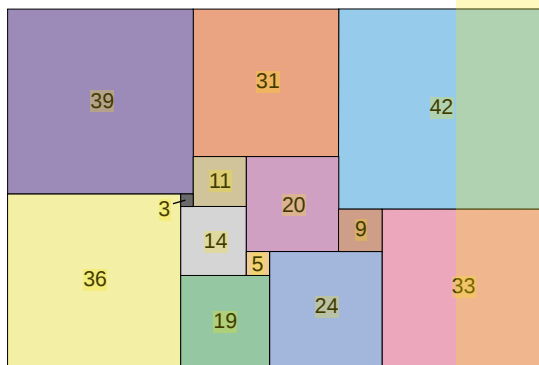
Le problème de la quadrature du cercle, apparu dans la Grèce antique, s'est révélé si difficile que le langage courant utilise son nom pour signifier une impossibilité. Le problème de la quadrature du carré, récent, subira-t-il le même sort ? Il s'agit de paver un carré avec des pavés carrés plus petits. Avec des pavés tous de même taille, le problème est facile : un échiquier n'est-il pas un carré pavé avec 64 petits carrés ? Compliquons alors le problème, et imposons d'utiliser des pavés carrés de tailles différentes.

En 1903, Max Dehn prouva que si un rectangle était pavable par des carrés, alors les côtés de ces carrés et ceux du rectangle formaient deux à deux des rapports rationnels (un nombre rationnel est le quotient de deux nombres

entiers). De ce fait, par un choix judicieux de l'unité de longueur, tous les côtés pouvaient être mesurés par des nombres entiers. Depuis, ce théorème a été démontré d'une dizaine de manières différentes.

Nous conviendrons qu'un rectangle est «quadré» s'il existe un pavage par des carrés tous différents. En 1909, Z. Moron découvrit le premier rectangle 32×33 quadrable par neuf pavés carrés de côtés respectifs égaux à 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 et 18. Je vous invite à réaliser ces pavés en carton et à chercher l'assemblage en rectangle (la réponse se trouve dans *Unsolved Problems in Geometry*, par Hallard Croft, Kenneth Falconer et Richard Guy, éditions Springer-Verlag, New York, 1991). Moron quadra également un rectangle 47×65 avec dix carrés (voir la figure 2).

Puis, en 1939, R. Sprague résolut la quadrature du carré par 55 pavés différents. Toutefois sa solution manquait de pureté : il quadrerait le carré à l'aide de carrés... et d'un rectangle dont il donnait une quadrature, mais qui utilisait des pavés carrés déjà utilisés. Les quadratures sans aucun pavé rectangulaire sont aujourd'hui nommées simples, bien qu'elles soient plus difficiles à trouver.



1. Avec un même ensemble de pavés carrés, on peut paver un rectangle 112×75 de deux manières (à gauche). Quand des pavés tous différents permettent de paver de deux façons un même rectangle, on peut associer ces deux pavages à deux carrés pour paver un carré plus grand (à droite).

Vers 1940, R. Brooks, C. Smith, A. Stone et W. Tutte découvrirent la première quadrature simple d'un carré : Martin Gardner, qui fut longtemps l'auteur des articles de *Visions mathématiques* dans cette même revue, a aussitôt expliqué leur méthode au grand public : ils partirent de la représentation d'un rectangle quadrable quelconque par un graphe nommé diagramme de Smith. Toute ligne horizontale du rectangle quadré correspond à un sommet de ce diagramme, et chaque pavé correspond à un arc. Cet arc lie les deux sommets correspondant aux droites horizontales qui rencontrent les côtés horizontaux du pavé, et il est indexé par la taille du pavé qu'il décrit.

Si chaque arc du diagramme de Smith était un fil électrique de résistance égale à un ohm et si les indices étaient l'intensité (en ampère) des courants électriques passant par les fils, alors le diagramme total formerait un circuit électrique obéissant aux lois de Kirchhoff, qui décrivent les circuits réels. En donnant des signes opposés aux courants qui ont des sens opposés, ces lois sont :

1. L'intensité totale dans un sommet est nulle, sauf pour les sommets où le courant entre dans le circuit et pour ceux d'où il sort.

2. La somme algébrique des intensités le long d'un circuit fermé est nulle.

La validité de ces lois pour les rectangles quadrés résulte des propriétés géométriques de la quadrature. Par exemple, la seconde loi est vérifiée parce que la somme des côtés des carrés, le long du côté vertical gauche, est égale à la somme des côtés des carrés pour le côté droit. Utilisant les principes de la théorie des circuits électriques, les quatre mathématiciens mirent au point des méthodes systématiques pour construire ou analyser des rectangles quadrables, dans le dessein d'obtenir un carré simplement quadrable.

Le premier résultat fut inattendu : R. Brooks avait trouvé un rectangle 75×112 quadré par 13 pavés, et il avait construit le puzzle correspondant. Sa

Jennifer C. Christiansen