



Les fractales et la Bourse

BENOIT MANDELBROT

Comment modéliser les fluctuations de la Bourse par une transformation géométrique très simple.

Regardons les diagrammes ci-contre. Certains sont des chroniques de changements successifs d'un prix coté en Bourse, d'autres sont des simulations réalisées à partir de modèles : l'objet des simulations est de saisir au moins une parcelle de la réalité des cours de bourse afin de l'analyser.

Une telle analyse intéresse l'économiste, qui cherche à comprendre la nature des marchés, l'assureur, qui cherche à diminuer les risques, et le spéculateur, qui cherche à mettre les risques à son service. Pour atteindre ces buts, une condition reste incontournable : il faut décrire la réalité. Or on ne connaît que ce que l'on sait imiter, ce qui explique les grands investissements de la société dans la recherche de modèles performants.

Les mots précédents ne suscitent aucune controverse, mais l'appel aux images n'est pas typique des sciences dites «dures», ni de celles qui aspirent à le devenir. L'idéal classique est de tout réduire à l'analyse mathématique et à la mesure d'un petit nombre de paramètres caractéristiques. Pour les buts de cette chronique, tout au contraire, l'œil est un instrument indispensable qui mérite qu'on lui redonne son importance, tout au moins dans les premiers stades des théories. Cette foi dans les vertus de l'apparence a prouvé sa richesse et son efficacité : l'étude des fractales a été prolongée et appliquée dans tous les domaines scientifiques. Dans le cas des bourses, la même vision suggère que, pour juger de la valeur d'un modèle, il est bon d'examiner attentivement les courbes qu'il produit.

Les images représentant (ou imitant) les prix eux-mêmes ne disent pas grand-chose, et nul ne doute que les images puissent tromper. Mais on peut de même être trompé par les mots et même par les formules statistiques lorsqu'on les applique là où elles ne sont pas appropriées.

Le hasard n'est pas unique et se présente sous trois formes distinctes au moins. Le hasard usuel, celui des tirages

à pile ou face, est «bénin», tandis que tout suggère que la Bourse est soumise à une forme «sauvage» de hasard. La différence notable entre ces types de hasard est que nombre des outils statistiques actuels ne sont applicables qu'au hasard bénin. Donc, sans laisser le dernier mot à l'œil (ne serait-ce justement que parce qu'il ne s'exprime pas verbalement), le visuel est indispensable. Or, parmi les courbes ci-contre, l'œil distingue immédiatement des structures plus ou moins simples et d'autres qui sont incontestablement compliquées. Nous allons les examiner dans un premier temps, puis révéler leur source.

La structure la plus simple est représentée sur le diagramme 1a où les variations se maintiennent dans une bande «normale» très étroite, un serpent, et tout petit bout de cette chronique est presque pareil à tout autre petit bout. Tout cela correspondrait à une «volatilité», c'est-à-dire à une amplitude des fluctuations constante dans le temps.

Quant aux diagrammes les plus compliqués, certains représentent des données réelles, d'autres des simulations obtenues avec mon nouveau modèle, dit multifractal, que nous décrirons plus loin. Dans les unes et les autres, on identifie deux caractéristiques des cours des bourses : il est des jours noirs où un prix dégringole de façon instantanée ou presque, correspondant à un changement «hors toute norme», et une alternance (très irrégulière) de périodes de faible volatilité et d'autres qualifiées par les boursiers de «turbulentes».

Considérons maintenant les diagrammes simples. Dans 1b, il y a bien des pics, plus intenses même que dans les diagrammes les plus compliqués. Mais ces pics sont isolés, et il reste un «serpent» de volatilité plus ou moins constante comme dans le diagramme 1a. Quant au diagramme 1c, il ne présente pas de pics, mais le fond monte et descend de façon apparemment cyclique.

En conclusion provisoire, le diagramme le plus simple et les diagrammes

