



Les fractions égyptiennes

Comment partager un entier entre un grand nombre de récipiendaires.

Il y a 3 500 ans, le scribe égyptien Ahmes indiquait sur le papyrus de Rhind comment on pouvait écrire une fraction sous la forme d'une somme de fractions de numérateur unité. Ainsi, $2/17$ est égal à la somme de trois fractions dénommées depuis «égyptiennes» : $1/12 + 1/51 + 1/68$. Deux mathématiciens, Greg Martin et Ernest Croot, ont étudié comment exprimer un entier sous la forme du plus grand nombre possible de fractions égyptiennes différentes. Le résultat pour 2 est indiqué sur la figure. Ainsi deux tartes peuvent être divisées en 366 parts, toutes inégales.

$$2 = \frac{1}{13} + \frac{1}{19} + \frac{1}{23} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} + \frac{1}{32} + \frac{1}{34} + \frac{1}{35} + \frac{1}{36} + \frac{1}{38} + \frac{1}{39} + \frac{1}{40} + \frac{1}{42} + \frac{1}{44} + \frac{1}{45} + \frac{1}{46} + \frac{1}{49} + \frac{1}{50} + \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{55} + \frac{1}{56} + \frac{1}{57} + \frac{1}{58} + \frac{1}{60} + \frac{1}{62} + \frac{1}{63} + \frac{1}{64} + \frac{1}{65} + \frac{1}{66} + \frac{1}{68} + \frac{1}{69} + \frac{1}{70} + \frac{1}{72} + \frac{1}{75} + \frac{1}{76} + \frac{1}{77} + \frac{1}{78} + \frac{1}{80} + \frac{1}{81} + \frac{1}{84} + \frac{1}{85} + \frac{1}{87} + \frac{1}{90} + \frac{1}{91} + \frac{1}{92} + \frac{1}{93} + \frac{1}{95} + \frac{1}{98} + \frac{1}{99} + \frac{1}{102} + \frac{1}{104} + \frac{1}{105} + \frac{1}{108} + \frac{1}{110} + \frac{1}{112} + \dots$$

$$+ \dots \frac{1}{870} + \frac{1}{874} + \frac{1}{875} + \frac{1}{880} + \frac{1}{882} + \frac{1}{884} + \frac{1}{891} + \frac{1}{896} + \frac{1}{897} + \frac{1}{899} + \frac{1}{900} + \frac{1}{910} + \frac{1}{912} + \frac{1}{918} + \frac{1}{920} + \frac{1}{924} + \frac{1}{928} + \frac{1}{930} + \frac{1}{931} + \frac{1}{935} + \frac{1}{936} + \frac{1}{945} + \frac{1}{950} + \frac{1}{952} + \frac{1}{957} + \frac{1}{960} + \frac{1}{952} + \frac{1}{957} + \frac{1}{960} + \frac{1}{966} + \frac{1}{969} + \frac{1}{975} + \frac{1}{980} + \frac{1}{986} + \frac{1}{988} + \frac{1}{990} + \frac{1}{992}$$

NOMBRE DE CHIFFRES : 366

La somme de n fractions égyptiennes consécutives, $1/1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/n$ est supérieure à n importe quel nombre, pourvu que n soit suffisamment grand, car la série est divergente. Toutefois, cette somme augmente très lentement, et la somme $1/1 + 1/2 + \dots + 1/1000$ est égale à 7,5 ; ainsi il serait impossible d'écrire le nombre 8 avec cette somme. Cela ne signifie pas que tous les entiers de 1 à 7 puissent être représentés par une somme de fractions égyptiennes différentes, de dénominateur inférieur à

1 000, car il faut choisir les termes de façon qu'après réduction au même dénominateur, le numérateur soit le multiple désiré du dénominateur. Ce fait d'armes est l'œuvre de Greg Martin. La question suivante est : quel est le nombre maximal de fractions égyptiennes de dénominateur inférieur à n ayant pour somme un entier ? La réponse est environ $0,3 n$. Si l'on voulait partager deux parts de tartes entre un million de personnes, une personne, probablement la dernière servie, n'aurait qu'un trois millionième de tarte...

MIRACL, le laser destructeur de satellites

La guerre des étoiles est-elle relancée ?

Le 25 octobre 1997, le Département de la défense américain tirait sur l'un de ses satellites avec un puissant laser : la volonté des militaires a été plus forte que la crainte des conséquences politiques. Depuis quelques semaines, un débat portait sur l'opportunité de l'essai d'une arme anti-satellite. Si certains craignent que cet essai ne marque le départ d'une course aux armements laser, d'autres considèrent, au contraire, ce type de laser comme une protection contre les satellites espions commerciaux qui pourraient être loués par des pays malveillants.

En France, les militaires interdisent aux civils la prise d'images spatiales dont la résolution au sol (la taille des plus petits détails que l'on peut distinguer) est inférieure à dix mètres. Avec l'envoi de satellites commerciaux dont la résolution est inférieure à cinq mètres, les militaires craignent que cet avantage stratégique ne soit utilisé à des fins hostiles. Dans les années 1980, aux États-Unis, le projet de la guerre des étoiles visait à construire des armes qui détruiraient les satellites ennemis ou les missiles nucléaires. Privé de cré-

ditions, il restait de ce programme quelques éléments, dont le laser chimique de grande puissance susceptible de détruire les satellites.

Comment concentrer de l'énergie à plusieurs centaines de kilomètres d'altitude ? Qui dit concentration d'énergie dit laser, mais pour obtenir une

émission continue de grande énergie, la seule solution est le laser chimique, où l'énergie est stockée sous forme de combustibles chimiques. L'obtention d'une puissance équivalente avec des lasers à gaz nécessiterait l'utilisation permanente d'une importante centrale nucléaire.



À l'aide d'un télescope de trois mètres de diamètre, les militaires pointent le laser MIRACL sur un satellite situé à plusieurs centaines de kilomètres d'altitude.

La source d'énergie du laser chimique MIRACL est un moteur de fusée. Dans une tuyère, on brûle de l'éthylène (C_2H_4) en présence d'un oxydant (le trifluorure d'azote). À la sortie de la tuyère, l'un des produits de la combustion, le fluor excité, est mélangé à du deutérium. Le deutérium se combine alors avec le fluor excité, ce qui produit des molécules de fluorure de deutérium excitées.

Placées dans une cavité résonante, les molécules excitées se désolent en émettant de la lumière cohérente : le faisceau laser, de longueur d'onde comprise entre 3,6 et 4,2 micromètres. Pour augmenter la puissance délivrée, les physiciens américains placent des tuyères en série, le laser étant constitué de dix lignes comportant chacune plusieurs tuyères.

Le faisceau obtenu est de forme rectangulaire (21 centimètres de large et 3 centimètres de hauteur), et des lentilles le transforment en un faisceau carré de quatre centimètres de côté. La qualité de faisceau du laser chimique est médiocre, en particulier, le faisceau diverge beaucoup. Aussi, pour concentrer la lumière sur le satellite, un volumineux appareillage optique est nécessaire.

Selon les militaires américains, l'objectif de cet essai est l'étude de l'impact d'un laser de haute puissance sur un satellite d'observation. Ces impacts sont pourtant étudiés depuis longtemps lors d'essais de laboratoire : avec les puissances en jeu, il est vraisemblable que l'on peut «griller» les détecteurs des

satellites d'observation ; en revanche, il n'est pas concevable d'endommager le satellite proprement dit (système de navigation, panneaux solaires).

Le véritable enjeu est la précision : durant les dizaines de secondes que dure le tir, le satellite se déplace de plusieurs dizaines de kilomètres. Le système de suivi et de pointage du satellite doit être particulièrement maniable et précis pour que le faisceau laser intercepte en permanence le satellite. Cet essai est à rapprocher de l'ambitieux projet ABL (*Air Borne Laser*, soit «Lasers embarqués») qui consiste à équiper une flotte de *Boeing 747* avec des lasers chimiques. Les résultats de l'essai, classés secret défense, relancent la guerre des étoiles.

Digestion et somnolence

Le diamètre des vaisseaux sanguins varie en fonction des contraintes mécaniques sur la paroi vasculaire : les forces de pression s'exercent perpendiculairement à la paroi et les forces de cisaillement longitudinales, qui résultent du frottement du sang sur la paroi, sont d'autant plus intenses que la vitesse d'écoulement est élevée. Ces contraintes modifient le diamètre des vaisseaux qui s'adaptent au flux sanguin.

C'est notamment le cas lors de la digestion, quand l'activité métabolique augmente dans le tube digestif, nécessitant une élévation du débit sanguin. Quand le flux sanguin à la sortie du cœur augmente, la vitesse du sang dans les vaisseaux et les forces de cisaillement croissent. Plusieurs des récepteurs localisés à la surface des cellules musculaires lisses tapissant les vaisseaux ou à la surface des cellules endothéliales constituant la paroi vasculaire sont sensibles aux contraintes mécaniques engendrées par la pression et par le débit du sang.

Ainsi des canaux potassiques (contrôlant le flux des ions potassium à travers la membrane cellulaire) sont sensibles au cisaillement, tandis que d'autres canaux ioniques sont activés par l'étirement. Les variations du diamètre artériel dépendent des contraintes de cisaillement et des signaux reçus : l'augmentation de la concentration en calcium dans les cellules musculaires lisses déclenche la contraction, tandis que le même signal dans les cellules endothéliales augmente la production de monoxyde d'azote. Or ce médiateur déclenche une vasodilatation.

Pendant la digestion, les cellules endothéliales libèrent du monoxyde d'azote qui déclenche une relaxation du muscle lisse sous-jacent et une augmentation locale du diamètre des vaisseaux. Cette chaîne de réactions adapte la taille des vaisseaux irriguant le tissu digestif.

L'irrigation du tissu digestif se fait alors au détriment du système nerveux central. La diminution du débit sanguin dans le cerveau se traduit par une somnolence «physiologique», incitant à une sieste réparatrice. Pour éviter de somnoler après le déjeuner, on peut renforcer le débit sanguin dans les vaisseaux qui irriguent le cerveau, notamment dans les carotides, en mâchant du chewing-gum. Le fonctionnement des muscles de la mastication (les muscles masséter) augmente le débit sanguin dans les vaisseaux qui alimentent la face. Le débit cervical est maintenu et la vigilance améliorée. Pour éviter l'endormissement, mâchez du chewing-gum!



Une sieste réparatrice au milieu du repas.