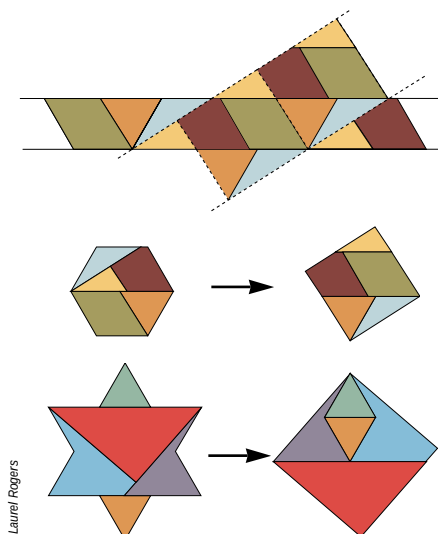




4. Des bandes infinies pavées par des formes différentes nous inspirent de possibles dissections ; en haut, un hexagone en un carré. Une étoile de David est, similairement, dissectée en carré (en bas).

nuages de poussières sphériques infiniment compliqués qu'à des formes juxtaposées.

Il n'y a, faut-il le dire, aucune possibilité pratique de réaliser cette dissection sur une sphère réelle – les trafiquants en métaux précieux peuvent soupirer de soulagement –, mais la dissection démontre combien le concept de volume est subtil. Tarski a démontré en 1935 qu'il n'existe pas de dissections « paradoxales » modifiant les aires des surfaces, quelle que soit la complexité des parties découpées – mais il en existe, cependant, à la surface d'une sphère.

Lorsque les parties issues du découpage de l'objet ont des aires, ou des volumes, bien définis, il n'y a pas de construction contraire à l'intuition. En 1833, un lieutenant de l'armée prussienne, P. Gerwein, résolut le problème essentiel des dissections posé par le mathématicien hongrois Farkas Wolfgang Bolyai. Gerwein prouva que, étant donné deux polygones plans d'aires

égales, on peut découper l'un en un nombre fini de pièces polygonales qui peuvent être assemblées pour former l'autre. Ce résultat est dénommé théorème de Bolyai-Gerwein, bien qu'un certain William Wallace l'ait démontré auparavant, en 1807.

Le théorème de Bolyai-Gerwein ne se généralise pas à la dimension trois. En 1900, le mathématicien allemand Hilbert demanda si deux polyèdres d'égal volume étaient toujours « équivalents par dissection », c'est-à-dire pouvaient être la réunion du même ensemble de parties polyédrales. Une année après, le mathématicien Max Dehn, spécialiste de topologie, prouva un surprenant théorème : un cube et un tétraèdre régulier ne sont pas équivalents par dissection polyédrale, répondant par la négative à Hilbert.

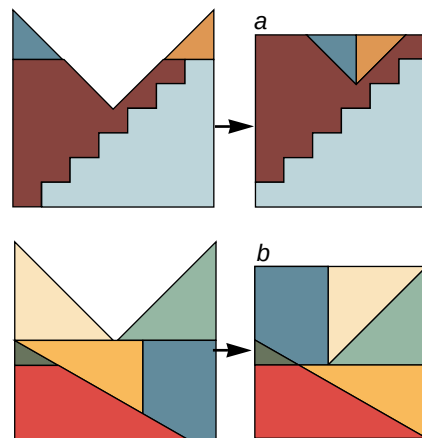
PAVAGES, BANDES ET DISSECTIONS

Des techniques mathématiques apparemment sans relation avec les dissections vous aident dans les recherches. Vous pouvez progresser dans ce domaine à l'aide de tâtonnements inspirés, mais seulement si vous avez une excellente imagination spatiale. Une des vertus de *Dissections* est qu'il explique nombre de techniques générales utilisées dans leurs recherches.

Une de ces techniques consiste à couper une forme suivant un « escalier », qui peut alors être décalé d'une marche pour créer une forme différente. David Collier, un fervent des dissections, conçut des dissections élaborées fondées sur ce principe. Sa dissection du pentagone (voir la figure 5) démontre l'égalité pythagoricienne : $5^2 + 12^2 = 13^2$.

Une autre méthode générale est celle de la mosaïque. Nombre de formes intéressantes peuvent être découpées et réassemblées en formes qui pavent le plan. Si deux mosaïques distinctes, chacune formée de pavés de même aire, sont superposées, il est souvent possible d'y « lire en clair » une dissection d'une des formes dans l'autre. Par exemple, une croix grecque peut de la sorte être « dissectée » en carré.

Un usage plus élaboré de la même idée de base – la dissection d'un dodécagone en une croix latine – est dû à



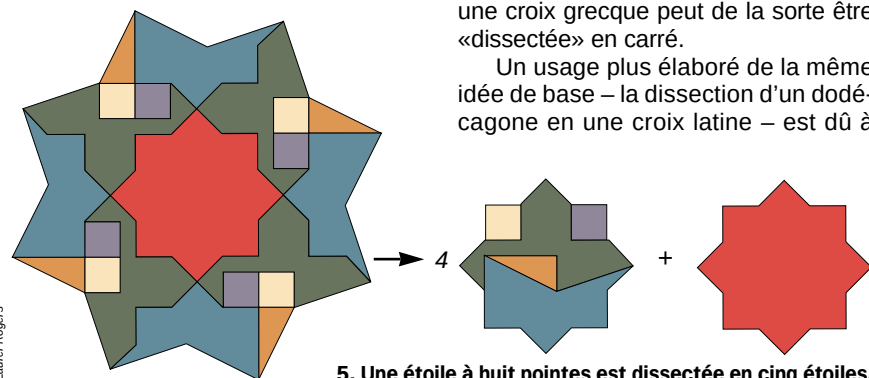
6. Dissection trompeuse : Sam Loyd pensait pouvoir disséquer une mitre en un carré. Malheureusement le carré (a) était un rectangle ! La bonne dissection est représentée en (b).

Harry Lindgren, l'auteur de *Geometric Dissections* (Van Nostrand, 1964). Le premier pas, et le plus difficile, est le découpage du dodécagone et son réarrangement en une forme pavant le plan. La croix latine (de même aire que le dodécagone) peut aussi se réarranger pour paver le plan. La superposition des deux pavages conduit à la dissection désirée.

Une troisième technique est la méthode des bandes. Chaque forme est découpée et réarrangée en pavé qui reproduit une bande infinie. Un recouvrement adéquat des bandes peut alors déterminer une dissection. Celle d'un hexagone en carrée, obtenue par Paul Busschop, provient de cette technique des bandes (Busschop était belge ; solitaire, il écrivit un livre dont son frère assura la publication posthume en 1879). Harry Bradley, un ingénieur américain, découvrit en 1897, alors qu'il était assistant à l'Université, comment dissectionner une étoile de David en carré par la même méthode.

Les problèmes de dissection ne se limitent pas à changer une seule forme en une autre. Souvent tout un ensemble de formes doivent être découpées et réassemblées, ou vice versa.

Les dissections vous hypnotisent, et, à l'occasion, l'œil peut vous induire en erreur. En 1901, Loyd commit une bourde mémorable : il affirma pouvoir dissectionner un carré privé d'un de ses quarts, une mitre, en un carré. Malheureusement, le « carré » apparent était, en définitive, un rectangle aux côtés proportionnels à 48 et 49. Son grand rival, Dudeney, fut ravi de signaler l'erreur en 1911, et indiqua une dissection correcte, illustrée sur la figure 6. Aussi, si vous voulez découvrir de nouvelles dissections, suivez le conseil prodigué par nombre de parents à leur progéniture : « Amusez-vous bien, mais faites attention. »



5. Une étoile à huit pointes est dissectée en cinq étoiles.



Le monde des machines

JEAN-PAUL DELAHAYE

Envisageons sérieusement l'hypothèse selon laquelle nous sommes des ordinateurs.

Nous sommes en l'année 2098, Monsieur J. Martin souffre d'une grave maladie qui atteint progressivement chacun de ses organes. Il possède déjà un rein, un poumon, un cœur, des jambes et des bras artificiels, une peau de remplacement... seul son cerveau reste biologique. À chaque opération, son médecin l'a assuré que l'organe substitué était fonctionnellement identique à celui enlevé, et J. Martin, lorsqu'il s'est réveillé après les greffes, n'a jamais rien perçu d'anormal.

Aujourd'hui, les infos sur les neurones indiquent que son cerveau est touché, mais son médecin-informaticien connaît les techniques pour mesurer l'état instantané du cerveau et pour «reprogrammer» son équivalent, neurone par neurone, dans un ordinateur, lequel se loge facilement dans la boîte crânienne en plastique de Monsieur Martin.

Notre médecin décide d'opérer la substitution, et un nouveau cerveau-ordinateur convenablement programmé est placé dans le corps de Monsieur Martin. Celui-ci se réveille deux heures plus tard et, comme lors des précédentes greffes, ne ressent aucun changement majeur. Le lendemain, il rentre chez lui où son épouse et ses enfants l'accueillent avec chaleur et soulagement.

Tout serait parfait si, à l'hôpital, le cerveau de Monsieur Martin n'avait été conservé. Après observation, l'organe se révèle totalement sain, contrairement aux analyses erronées d'un laborantin inexpérimenté. Le même médecin replace le cerveau dans un corps artificiel en tout point identique à celui de Monsieur Martin (les caractéristiques précises de son corps étaient décrites dans son dossier médical). Monsieur Martin retourne à son domicile. Il est, bien sûr, quelque peu surpris d'y découvrir son double. Mais qui est le double de l'autre ? Cette fable montre que la croyance que nous sommes des machines, croyance baptisée *mécanisme*, conduit à des situations inattendues et choquantes.

Reste que la question de la philosophie mécaniste est bel et bien posée et qu'à défaut de prévoir ce que l'avenir de la médecine autorisera, on peut quand même s'interroger sur sa validité.

Nous voudrions vous faire découvrir une théorie proposée à titre d'hypothèse et explorée avec le plus grand soin depuis une dizaine d'années par Bruno Marchal, qui travaille à l'Institut de recherche interdisciplinaire et de développement en intelligence artificielle de Bruxelles.

Les difficultés que rencontre B. Marchal à faire reconnaître son travail montrent qu'il est plus aisé de faire accepter une recherche concernant un sujet précis, même inintéressant (comme «L'influence de la direction du vent sur les pratiques sexuelles des fourmis unijambistes de l'île de Pâques»), que d'explorer des hypothèses que certains jugent déplaisantes pour des raisons extra-scientifiques. Le travail de B. Marchal explore les conséquences de l'hypothèse mécaniste, sans préjuger toutefois de sa validité, et son travail se fonde sur la théorie de la calculabilité, la logique mathématique, et sur certains formalismes de la mécanique quantique, domaines où il fait preuve de minutie et d'érudition. Le monde universitaire est cloisonné en disciplines qui s'ignorent, quand elles ne se méprisent ou ne se combattent pas. Nulle place ne semble réservée aux travaux fondés sur une culture multidisciplinaire impliquant de délicats mélanges de mathématiques, de physique et de philosophie.

B. Marchal étudie le *mécanisme numérique*, théorie selon laquelle, si l'on décrit un être humain avec une précision suffisamment grande, on saisit complètement son identité mentale. À ce niveau de précision, le fonctionnement de l'esprit d'un individu est mécaniquement décrit. Autrement dit, B. Marchal s'interroge sur ce qu'on peut déduire de l'idée que «je ne suis peut-être après tout qu'une machine». Il précise son hypothèse en adoptant le principe que les

machines envisagées, que nous appellerons machines numériques, sont du type de nos ordinateurs actuels : tous les calculs s'y ramènent à des manipulations réglées de «0» et de «1».

Le premier résultat que B. Marchal fait apparaître – et cela seul est déjà très intéressant – est l'indéterminisme que son hypothèse entraîne. Comme nous allons le voir, cette nouvelle forme d'indéterminisme est différente de celles rencontrées jusqu'à présent en physique.

UN INDÉTERMINISME RÉCALCITRANT

Procédons à quelques expériences de pensée, comme on le fait fréquemment en physique et comme Albert Einstein l'a fait avec délectation et génie pour élaborer et justifier sa théorie de la relativité générale.

Si l'hypothèse du mécanisme numérique est vraie, on imagine que l'on saura construire un jour des machines qui analyseront un corps humain tout entier, en enverront la description codée à une machine de reconstitution, par exemple sur la Lune, machine qui alors le recréera ou recréera son équivalent mécanique. La science-fiction a depuis longtemps envisagé ce moyen de transport à la vitesse de la lumière, qu'elle désigne par *téléportation*. Celui qui monte dans une machine de téléportation a le sentiment d'un simple déplacement. De son point de vue, avant que la machine soit mise en marche et sauf en cas de pannes, qu'on espère rares, il est certain de se retrouver sur la Lune.

Imaginons maintenant que le signal avec la description de votre corps soit envoyé à la fois sur la Lune et sur Mars, où deux machines réceptrices différentes vous reconstituent chacune de leur côté. Avant de monter dans la machine, vous savez qu'elle va vous envoyer dans deux directions ; si vous vous posez la question : «Vais-je me retrouver sur la Lune ou sur Mars ?», vous n'avez aucune rai-