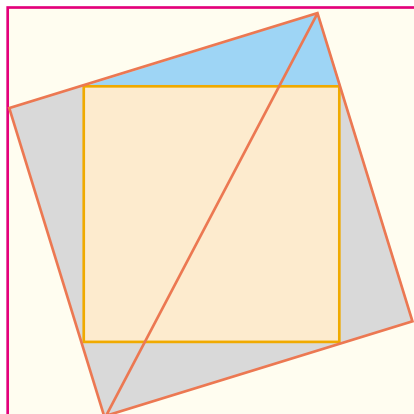
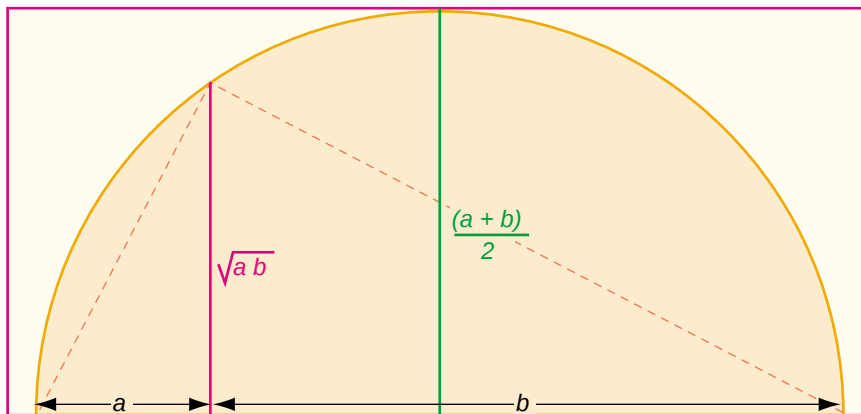
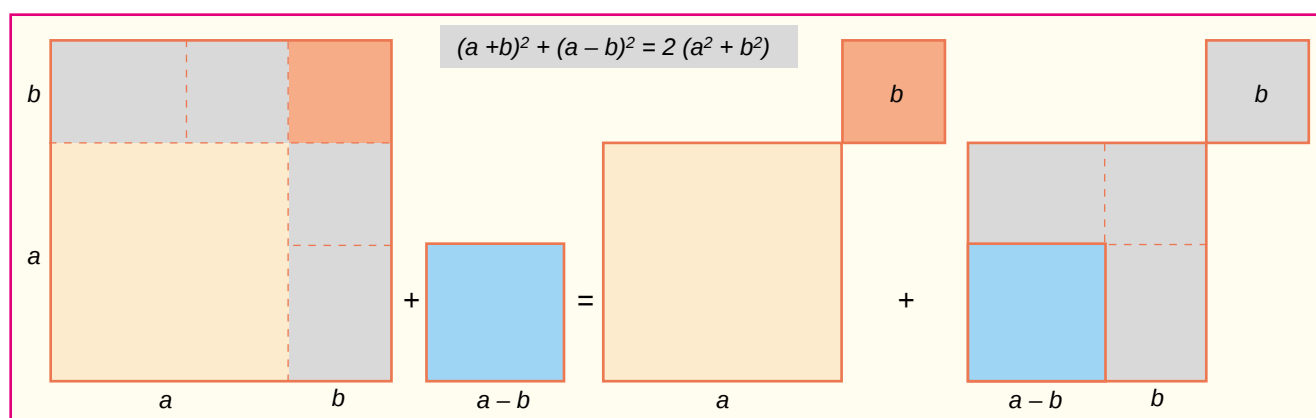




2. La bissectrice de l'angle droit d'un triangle rectangle coupe le carré construit sur l'hypoténuse en deux moitiés (R. Eddy, 1991).



3. La moyenne géométrique de deux nombres a et b , soit $\sqrt{ab}$, est toujours inférieure à la moyenne arithmétique de ces deux nombres, $(a+b)/2$. Cette preuve est due à Charles D. Gallant (1977).



4. Une identité algébrique peut se voir. En voici un exemple dû à Shirley Wakin (1984).

objets géométriques, ne doit pas s'appuyer sur ce qu'on voit : en mathématiques, méfions-nous des sens !

Plusieurs raisonnements géométriques apparemment irréprochables conduisent à des paradoxes. L'erreur provient le plus souvent de la figure dont on s'aide pour le raisonnement, qui est imperceptiblement trompeuse et nous conduit dans un piège. L'un de ces raisonnements établit que « tout triangle est isocèle » (voir la figure 5). Il fut inventé par Lewis Carroll, qui le présenta dans son ouvrage *The Lewis Carroll Picture Book* (1899).

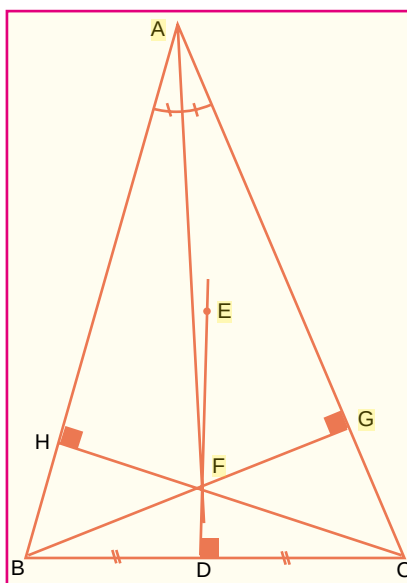
Après avoir constaté les ravages produits par la conception de la géométrie sans figure sur les jeunes esprits que cette forme d'intégrisme dégoûtait des mathématiques, on accepte plus facilement d'illustrer une démonstration par un dessin qui en facilite l'assimilation, même si l'on en connaît les risques.

DÉMONSTRATIONS PAR LES FIGURES

À l'exact opposé des démonstrations géométriques sans figure, un jeu étrange et subtil s'est développé aux

États-Unis : celui des *démonstrations sans mots*. Encouragé par plusieurs revues mathématiques destinées aux enseignants, il a conduit à de remarquables preuves sans un seul mot, qu'un livre de Roger Nelsen a collec-

tées et que nous recommandons à tous ceux que les dessins de cet article auront stimulés (le livre est en anglais, mais, vu son objet, même s'il était en moldave méridional ou en malais primitif, je n'hésiterais pas à le conseiller).



5. ABC est un triangle quelconque. Traçons la perpendiculaire au milieu D de BC, soit E un point de cette perpendiculaire. Considérons la bissectrice de l'angle A. Si DE et cette bissectrice ne se rencontrent pas, cette bissectrice est orthogonale à BC, et donc le triangle est isocèle. Si DE et cette bissectrice se rencontrent en un point F, traçons FB et FC, puis la perpendiculaire FH à AB passant par F, et enfin la perpendiculaire FG à AC passant par F. Les triangles AFG et AFH sont égaux, car ils ont un côté commun et deux angles égaux. Donc AH=AG et FH=FG. Les triangles BDF et CDF sont aussi égaux (car BD=DC, DF commun et les angles en D égaux) et donc FB=FC. De même encore, les triangles FGC et FHB sont égaux (deux côtés et un angle égaux), donc HB=GC, et donc (en utilisant que HA=GA) on en déduit que AB=AC, c'est-à-dire que le triangle ABC est isocèle (l'erreur provient de ce que, si on construit F soigneusement, il se trouve toujours à l'extérieur du triangle ABC, ce qui interdit la suite du raisonnement).