

lymphatiques et est épurée dans les organes lymphatiques. Les filaires vivent de quatre à six ans, produisant des millions de microfilaries immatures, de minuscules larves qui circulent dans le sang. Les formes symptomatiques les plus graves de la filariose se manifestent chez l'adulte, apparemment plus souvent chez les hommes que chez les femmes. Dans les communautés endémiques, 10 à 50 pour cent des hommes souffrent d'éléphantiasis, une hypertrophie qui touche surtout les membres inférieurs et les organes génitaux. Les ganglions et les

organes qu'irrigue normalement le système lymphatique enflent ; les régions atteintes sont tuméfiées, distendues, et les tissus deviennent fibreux. Les filarioses ne sont pas des maladies mortelles, mais elles sont très handicapantes sur le plan personnel et socio-professionnel. En outre, en dehors de ces signes visibles, le parasite perturbe le système immunitaire et lèse les tissus profonds.

Jusqu'à présent, on disposait de deux médicaments. On a montré que l'association de l'albendazole et d'un des deux médicaments déjà prescrits (l'ivermectine)

est efficace, mais le traitement doit être poursuivi pendant quatre ou cinq ans. Toutefois, si le traitement détruit les filaires, les lésions ne sont pas totalement réversibles.

Les laboratoires *SmithKline Beecham* ont offert 4,5 milliards de doses d'albendazole à l'OMS et aux pays où sévit la maladie, avec un objectif : l'éradication de la maladie d'ici une vingtaine d'années. Simultanément, les Laboratoires *Merck* fournissent l'ivermectine dans le cadre de l'éradication d'une autre maladie parasitaire due à un autre filaire : l'onchocercose, ou cécité des rivières.

L'énigme du second nombre de Plutarque

On vérifie un résultat établi par l'astronome grec Hipparque.

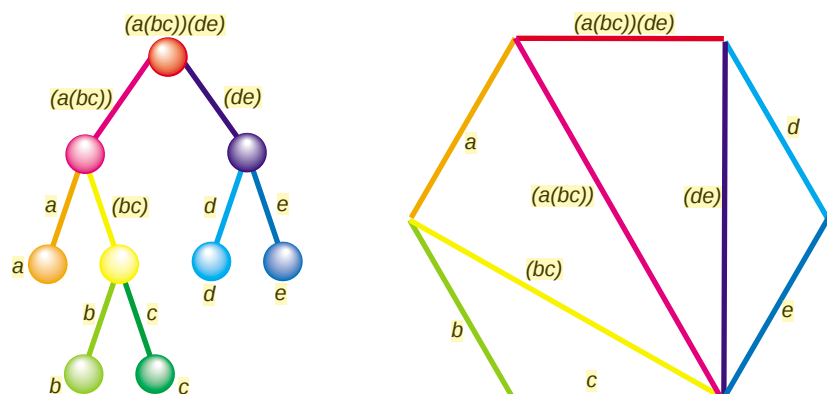
« **M**oi je dis qu'avec seulement dix propositions élémentaires, je peux composer plus d'un million de propositions complexes », affirme le stoïcien Chrysippe (c. 280 av. J. C. – 207 av. J.-C.) à l'astronome grec Hipparque. Celui-ci prend alors une tablette de cire, grave quelques calculs, puis déclare, péremptoire : « Les compositions affirmatives sont au nombre de 103 049, les négatives au nombre de 310 952. » La scène se passe autour d'une table, à la fin d'un repas, il y a plus de 22 siècles.

Reconstitué par Plutarque, ce dialogue est incomplet. Rien ne transparaît du raisonnement et des calculs effectués par Hipparque. Seulement deux nombres ! Comment Hipparque a-t-il obtenu ses résultats ? Depuis Plutarque, les mathématiciens sont perplexes. Par compo-

sition de propositions, il faut entendre l'utilisation de connecteurs logiques tels « et », « ou », « si... alors ». Par exemple, à partir de deux propositions simples a et b , telles que « J'ai faim » et « J'ai soif », on peut composer les propositions « J'ai faim et j'ai soif », ou « J'ai faim ou j'ai soif », ou encore « Si j'ai faim, alors j'ai soif ».

Avec quatre propositions élémentaires a, b, c, d , on pourrait former, par exemple, la proposition « a et b ou c et d et a ou b ». Cette composition n'a pas de sens, tant elle en possède : pour supprimer toute ambiguïté, on doit instaurer un ordre de procédure, utiliser des parenthèses. Ainsi « $((a \text{ et } b) \text{ ou } (c \text{ et } d)) \text{ et } (a \text{ ou } b)$ » n'a qu'une interprétation. On peut ainsi reformuler l'énoncé du problème : de combien de façons peut-on introduire des parenthèses dans une chaîne d'éléments ?

À la fin du siècle dernier, le logicien allemand Friedrich Schröder a résolu ce problème de dénombrement en définissant le nombre de Schröder, noté $s(n)$, où n est le nombre d'éléments de la chaîne. Il calcule $s(1)=1$, $s(2)=2$, $s(3)=3$, $s(4)=11$, $s(5)=45$, $s(6)=197$... Un parenthésage donné peut se représenter par un arbre, ou un polygone fractionné, par exemple



Pour construire l'arbre de gauche à partir de la proposition composée $(a(bc))(de)$, on part d'un nœud et on crée une branche pour chaque sous-proposition définie par des parenthèses, puis on répète l'opération à partir de chaque nouveau nœud. Pour obtenir un polygone à partir de l'arbre, on part d'un segment à partir duquel on crée un polygone ayant un côté de plus que le nombre de branches partant du nœud correspondant dans l'arbre ; puis on répète l'opération.

(voir les figures). Ces modes de représentation sont utiles, car calculer $s(n)$ est identique à calculer le nombre de polygones à $n+1$ côtés sans croisement.

En 1994, l'étudiant américain David Hough remarque, presque par hasard, que le premier nombre de Plutarque, 103 049, coïncide exactement avec $s(10)$. Hasard ? Coïncidence ? D. Hough suppose qu'Hipparque a utilisé une relation de récurrence : il aurait calculé $s(n)$ comme la somme de produits de la forme $s(i_1) \dots s(i_k)$, pour tous les ensembles de nombres $i_1, \dots, i_k$ tels que $i_1 + \dots + i_k$ soit égal à n . On ignore si cette hypothèse est la bonne, mais il est vrai que le nombre de propositions positives composées de n éléments est égal à $s(n)$.

Laurent Habsieger, à Bordeaux, et M. Kazarian et S. Lando, à Moscou, pourraient avoir identifié l'origine du second nombre, en utilisant encore les nombres de Schröder. Ils supposent que rechercher les compositions négatives de n propositions élémentaires revient à chercher le nombre de possibilités de parenthésage de l'expression $Nx_1x_2\dots x_{10}$, où l'opérateur N consiste à prendre la négation de toutes les propositions simples incluses dans les premières parenthèses qui incluent l'opérateur. Par exemple, $((N(x_1(x_2x_3)x_4)x_5)x_6)x_7x_8)(x_9x_{10})$ est équivalent à $((((\text{non } x_1(\text{non } x_2 \text{ non } x_3) \text{ non } x_4) \text{ non } x_5)x_6)x_7x_8)(x_9x_{10})$. Les trois mathématiciens observent alors que certains parenthésages conduisent au même résultat et que le nombre de propositions composées négatives à n éléments se ramène au nombre de propositions positives à $n+1$ éléments (l'opérateur N ajoute un terme), diminué des cas redondants. Au total, le nombre cherché est égal à $(s(n)+s(n+1))/2$. Pour $n=10$, on trouve... 310 954.

Hipparque, lui, obtenait 310 952 : erreur de calcul ? de transcription ? d'hypothèses logiques non prises en compte ? On l'ignore, mais l'énigme de Plutarque semble enfin résolue.