

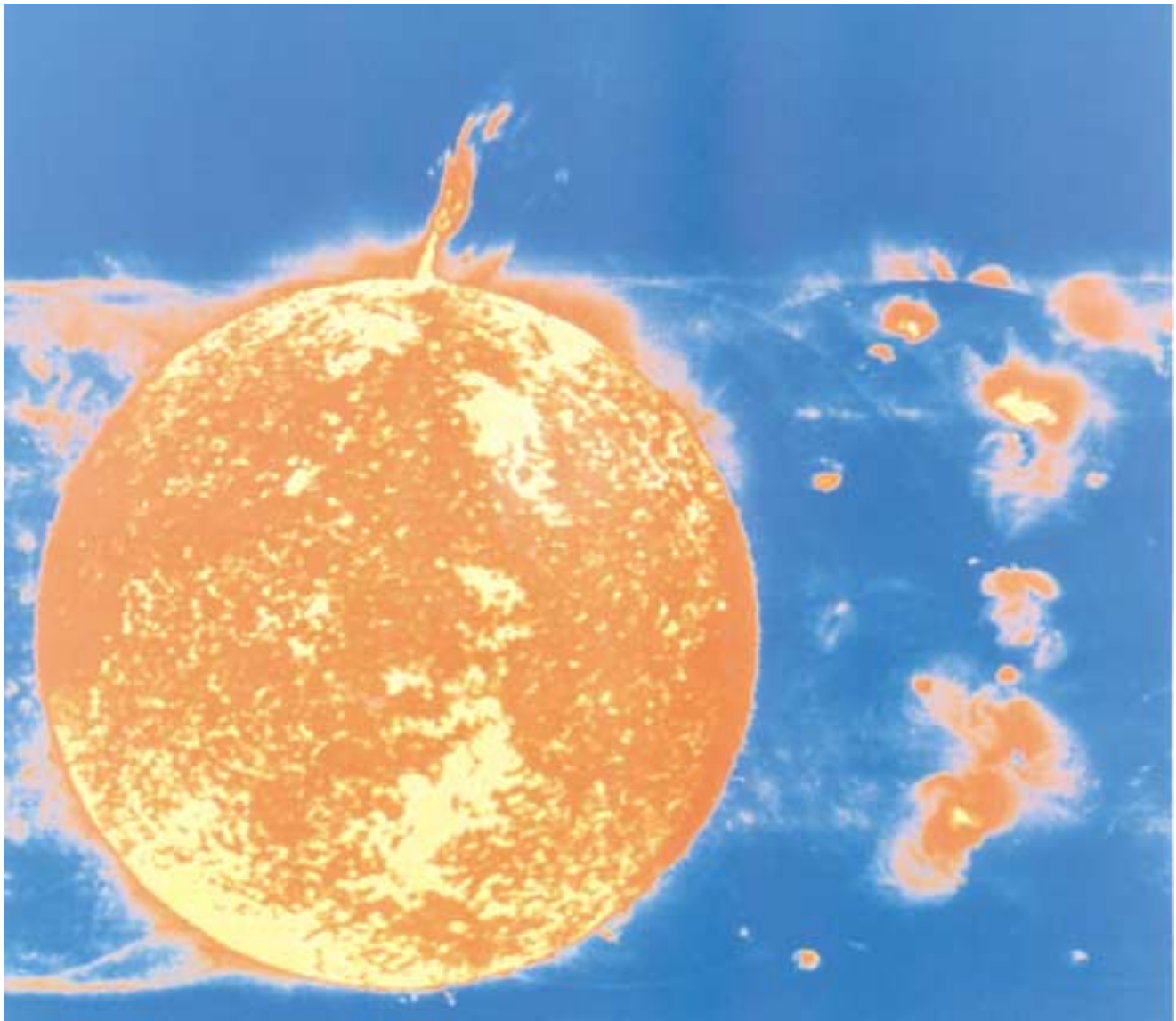
années, la lumière émise par les naines blanches, l'écoulement du sable dans un sablier, l'intensité des fluctuations du trafic routier, le courant dans les solutions ioniques, les jonctions Josephson et la lumière émise par les quasars.

Ces dernières années, la liste des phénomènes s'est enrichie de nom-

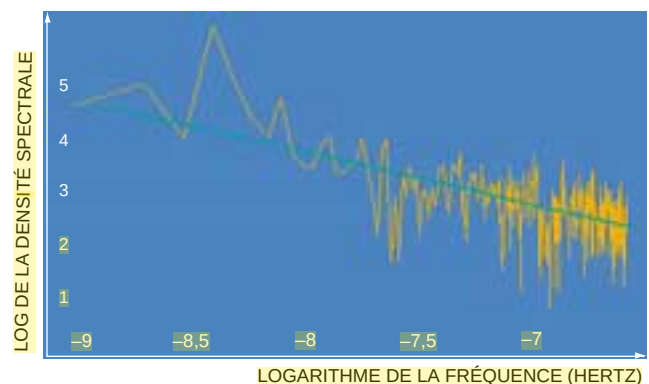
breux processus non linéaires. En outre, R. Voss et J. Clarke ont démontré que le son et la voix transmis par la radio ont également un spectre en $1/f$.

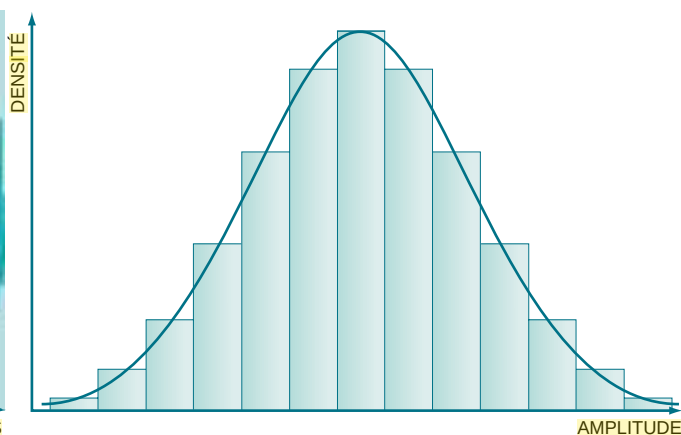
Les physiciens ont mis au point de nombreux modèles physiques pour expliquer l'apparition du bruit $1/f$, particulièrement dans les résistances et les semi-conducteurs. Il s'agit

principalement de modèles spécialisés, qui n'expliquent pas pourquoi le bruit $1/f$ apparaît dans de si nombreux processus différents. S'il existe une explication de cette universalité apparente du bruit $1/f$, celle-ci doit tenir compte de nombreuses autres observations expérimentales dont nous allons établir la liste.



1. LE NOMBRE DES TACHES SOLAIRES varie avec une période d'environ onze ans. Pour mesurer l'activité solaire, on utilise le nombre de Wolf : M est le nombre de taches solaires réunies en G groupes de taches, visibles à un instant donné, alors le nombre de Wolf est égal à $R = 10 G + M$. L'illustration de droite représente la densité spectrale du nombre de Wolf mesurée entre janvier 1953 et août 1995. Le segment bleu représente un spectre en $1/f$: le nombre de Wolf présente un spectre proche de $1/f$. Les oscillations rapides visibles surtout aux fréquences élevées sont dues aux fluctuations statistiques, tandis que le pic visible aux basses fréquences correspond à la périodicité de 11 années. La photographie, prise avec le spectroscopie installé à bord du satellite *Skylab*, représente la lumière émise par la surface du Soleil.





2. BRUIT BLANC gaussien (amplitude du signal en fonction du temps). Pour obtenir cette représentation, on a échantillonné 500 fois un processus qui engendre un bruit blanc : la caractéristique principale de ce type de bruit est qu'il ne possède pas de mémoire, dans le sens

où l'amplitude de chaque partie est totalement indépendante de l'amplitude des échantillons précédents. En outre, les amplitudes sont réparties autour de leur valeur moyenne selon une densité de probabilité gaussienne.

(a) Le bruit en $1/f$ est presque toujours gaussien. Cela semble indiquer que ce bruit résulte de la superposition de nombreux processus élémentaires indépendants et semble exclure des mécanismes non linéaires.

(b) Le bruit en $1/f$ est stationnaire : ses caractéristiques moyennes restent constantes dans le temps.

(c) En général, on n'observe pas d'aplatissement du spectre à basses fréquences. Des observations précises du bruit en $1/f$ dans les semi-conducteurs montrent qu'il s'étend jusqu'aux fréquences les plus basses observables en laboratoire (environ 10^{-7} hertz).

(d) Enfin, il est rare que l'on observe expérimentalement des densités spectrales qui soient exactement du type $1/f$. Il est bien plus fréquent de rencontrer des spectres du type $1/f^a$, avec a compris entre 0,8 et 1,4.

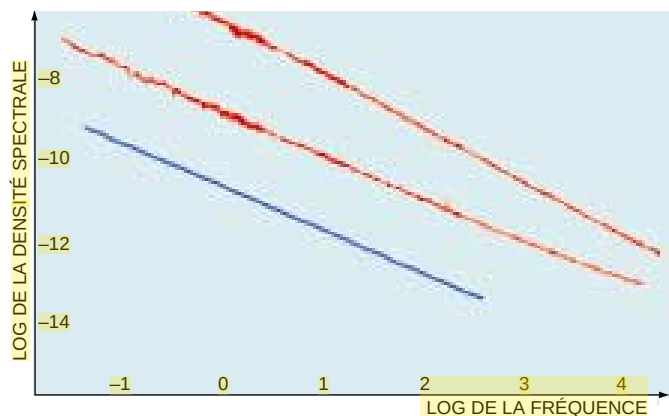
Il convient d'ajouter que, dans un système physique où l'on peut

associer une puissance (et donc une énergie) à l'amplitude du bruit, un «vrai» bruit en $1/f$ présente une caractéristique indésirable. La puissance totale, somme de la puissance associée à chaque composante de Fourier, est infinie.

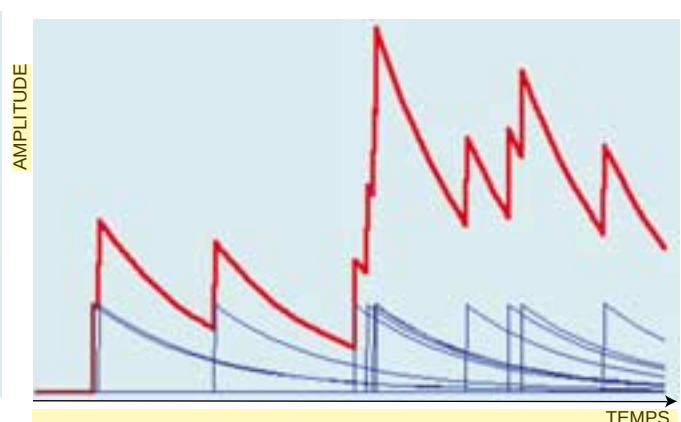
Pour mieux comprendre, prenons d'abord le cas d'un bruit blanc : ses composantes de Fourier ont toutes la même puissance, indépendante de la fréquence, et donc la puissance totale d'un bruit blanc est infinie. En réalité, il n'existe aucun bruit qui soit véritablement blanc, et la puissance ne peut être constante que jusqu'à une certaine fréquence maximale. En effet, des fréquences très élevées ne sont possibles que dans des systèmes physiques qui répondent aux sollicitations de manière extrêmement rapide. Tôt ou tard, l'inertie d'un système physique intervient et la densité spectrale s'annule.

Un phénomène analogue survient pour le bruit en $1/f$, mais, pour les mêmes raisons, il n'y a pas, là non plus, matière à inquiétude. La difficulté associée au bruit en $1/f$ est que la densité spectrale croît de manière indéfinie lorsque la fréquence tend vers zéro, et, pour cette raison, la puissance totale tend vers l'infini. Malheureusement, dans ce cas, aucune raison physique ne vient à notre secours pour éliminer la difficulté.

Dans les systèmes physiques observables, l'énergie totale (et donc la puissance) est finie, ce qui interdit un véritable bruit en $1/f$, tout comme un véritable bruit blanc. À des fréquences suffisamment basses, nous devrions observer un aplatissement de la densité spectrale d'un bruit en $1/f$, de manière que le bruit produit par le système redevienne là un bruit blanc et que la puissance totale reste finie.



3. DENSITÉS SPECTRALES DES FLUCTUATIONS DE TENSION mesurées sur deux résistances à film mince (en rouge), une en bioxyde d'iridium et à une température de 556 K et l'autre en ruthénium à 300 K. Les spectres expérimentaux sont voisins d'un spectre en $1/f$ (en bleu) dans une région qui couvre six ordres de grandeur.



4. DE NOMBREUX SYSTÈMES physiques reviennent à l'équilibre selon une décroissance exponentielle. Lorsqu'un tel système physique est excité par une succession d'impulsions brèves et aléatoires, la courbe de réponse globale (rouge) est donnée par la somme des réponses exponentielles (bleu). Le bruit associé est en $1/f^2$.

Enfin, pour satisfaire le critère d'universalité, l'explication mathématique ne doit faire référence à aucun modèle physique spécifique.

Voyons à présent comment on peut engendrer un bruit de type $1/f$. On part de deux constatations : la première est qu'il est facile de réaliser un générateur de bruit blanc ; la seconde, est qu'il existe dans la nature un grand nombre de systèmes physiques qui peuvent se « charger » d'une manière ou d'une autre et qui, ensuite, se déchargent lentement selon une loi de type exponentiel.

Bruit blanc, bruit en $1/f^2$ et constitution du bruit en $1/f$

Une succession de brèves impulsions qui apparaissent aléatoirement et indépendamment correspond à un bruit blanc ; nous pouvons utiliser chaque impulsion pour charger un système physique qui se décharge de manière exponentielle. Les décharges individuelles associées à chaque impulsion s'additionnent pour constituer une courbe de réponse globale. Le système physique avec décharge exponentielle a transformé le bruit blanc en un bruit différent, et l'on démontre que ce nouveau bruit présente une densité spectrale de type $1/f^2$. Ce résultat semble prometteur

puisque, en envisageant un processus aléatoire très simple, nous sommes « presque » arrivés au bruit en $1/f$. Toutefois, le passage du bruit en $1/f^2$ au bruit en $1/f$ est assez difficile, parce qu'il existe une hypothèse additionnelle très forte et difficilement justifiable : la courbe de décharge doit être variable, comme si les caractéristiques du système étaient changées d'une impulsion à l'autre.

Un système physique idéalisé (proposé par l'auteur) comme celui de la figure 7 présente justement des courbes de décharges différentes d'un moment à l'autre. Le système est constitué de divers éléments tous identiques, qui peuvent être chargés comme ils l'étaient précédemment et qui se déchargent toujours tous de la même manière. Certains éléments communiquent, entre eux et avec l'extérieur, de sorte que les impulsions proviennent tant de l'extérieur que d'un autre nœud en train de se décharger. En outre, on suppose que les liaisons entre les nœuds sont perturbées par un bruit blanc et que la charge est transférée d'un nœud à l'autre de manière partiellement aléatoire. Le nombre de liaisons entre un nœud et ses voisins peut être variable, tout comme l'importance de la liaison peut être plus ou moins grande, dans le sens où le transfert de charge

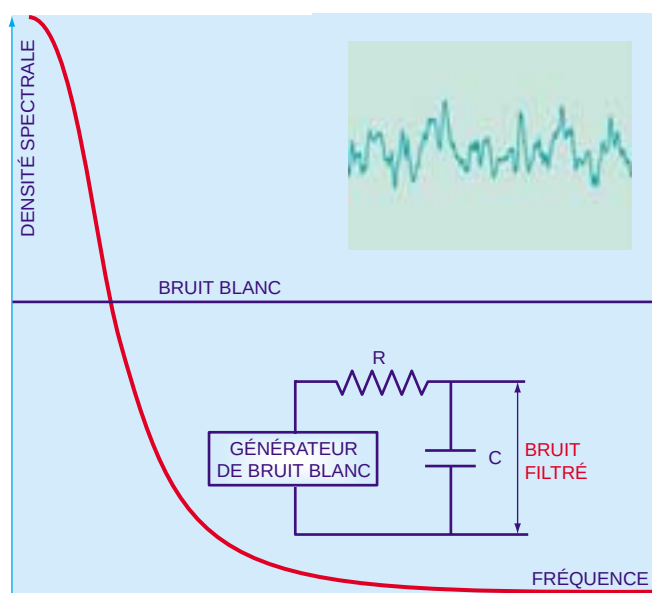
peut survenir plus ou moins facilement (mais ces deux dernières caractéristiques ne sont pas essentielles).

Une mémoire physique

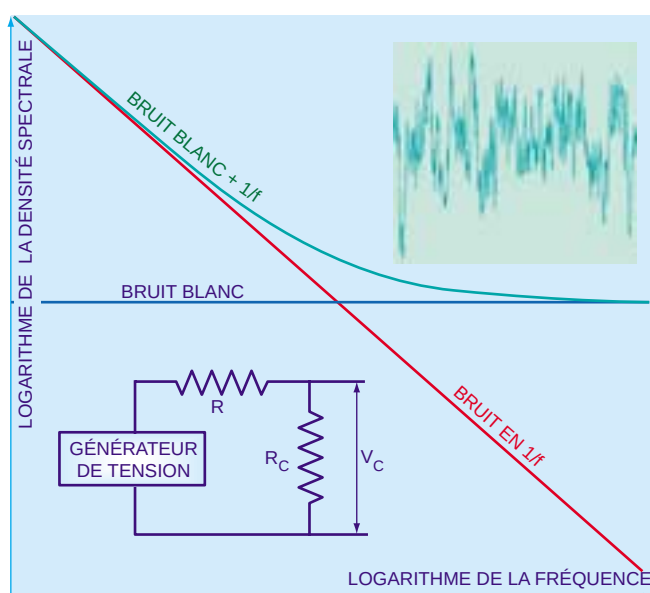
Il est évident qu'un système de ce genre se souvient, du moins en partie, de son propre passé : en effet, lorsqu'un nœud se décharge et, ce faisant, charge son voisin, il peut ensuite être chargé à son tour par ce même voisin. Son état dépend ainsi de son passé. Pour cette raison, même si les nœuds individuels se déchargent toujours de la même manière, le système se comporte globalement comme s'il présentait des temps de décharge différents.

On démontre qu'un réseau carré à deux dimensions produit un bruit en $1/f$, du moins dans une certaine bande de fréquences. En dehors de cette bande, la densité spectrale s'aplatit pour les fréquences très basses, tandis qu'elle acquiert une progression de type $1/f^2$ pour les fréquences hautes. Ce comportement est souhaitable, parce qu'il évite les divergences, tant aux basses qu'aux hautes fréquences.

Bien évidemment, l'échange de charge dans les deux sens entre les nœuds adjacents est d'autant plus efficace pour l'établissement d'une



5. DENSITÉ SPECTRALE DU BRUIT BLANC APRÈS FILTRAGE par un filtre passif RC (en rouge à gauche). Les oscillations plus rapides (associées aux composantes de Fourier à hautes fréquences) ont disparu. À l'aide d'un simple circuit électrique (à droite), on obtient une fluctuation en $1/f$ de la tension aux extrémités d'une résistance. La densité spectrale des fluctuations de tension est représentée sur la courbe verte (échelle doublement logarithmique) ;



elle peut être décomposée en deux contributions : l'une blanche, due au bruit Johnson et une contribution $1/f$ qui n'apparaît qu'à des fréquences extrêmement basses. En haut à droite, on voit comment se présente un bruit qui présente un spectre de type $1/f$ sur l'écran d'un oscilloscope. Contrairement au bruit blanc, un processus physique qui produit ce type de bruit se souvient au moins en partie de son histoire.