

# JEU-CONCOURS N° 47

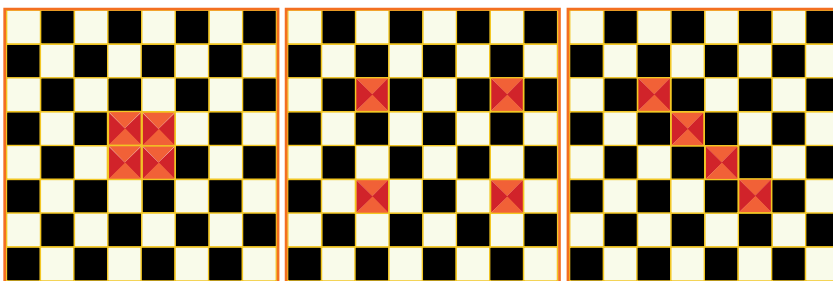
PIERRE TOUGNE

## Promenades sur l'échiquier

**S**oit un pion dans le coin supérieur gauche d'un échiquier, qui ne peut se déplacer que d'une case vers le bas ou d'une case vers la droite. Il y a 3 432 chemins différents pour atteindre la case inférieure droite. Pouvez-vous calculer ce nombre de chemins sur les trois échiquiers ci-dessous où les cases rouges lui sont interdites ? Si l'on autorise en plus le pion à se déplacer en diagonale vers la droite et en bas, ce nombre de chemins atteint 48 639. Que deviennent les réponses précédentes dans ce cas ?

Question subsidiaire : sur un damier français (10 × 10), selon sa case de départ sur la première rangée, combien de façons le pion a-t-il d'aller à dame ? On suppose naturellement qu'il n'y a pas d'autres pions sur le damier et le pion ne se déplace qu'en diagonale et ne peut reculer.

**Envoyez vos réponses aux questions sur carte postale à Pour la Science, 8, rue Férou, 75006 Paris. Parmi les réponses exactes reçues pendant le mois de mai 1998, dix gagnants tirés au sort recevront un livre.**

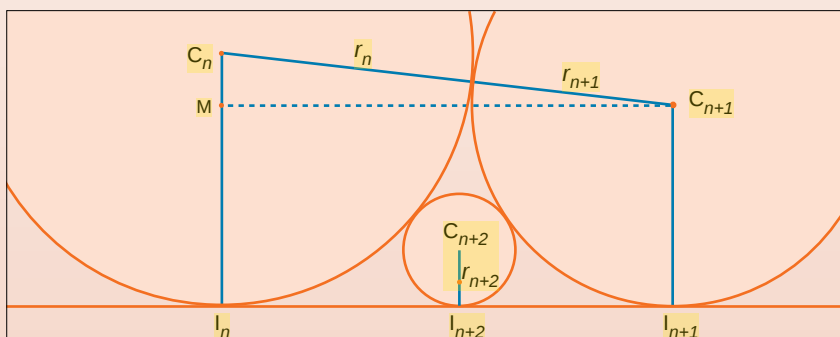


## RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N° 45

**L**es notations étant celles de la figure ci-dessous, le théorème de Pythagore appliqué au triangle  $C_n C_{n+1} M$  donne  $(r_n + r_{n+1})^2 = (r_n - r_{n+1})^2 + C_{n+1}^2 M^2$ , c'est-à-dire  $C_{n+1} M = I_n I_{n+1} = 2(r_n r_{n+1})^{1/2}$ . De même,  $I_n I_{n+2} = 2(r_n r_{n+2})^{1/2}$  et  $I_{n+2} I_{n+1} = 2(r_{n+2} r_{n+1})^{1/2}$ , soit en remplaçant dans l'égalité  $I_n I_{n+1} = I_n I_{n+2} + I_{n+2} I_{n+1}$ , on obtient après simplification par 2 :  $(r_n r_{n+1})^{1/2} = (r_n r_{n+2})^{1/2} + (r_{n+2} r_{n+1})^{1/2}$  que l'on peut réécrire :  $1/r_{n+2}^{1/2} = 1/r_{n+1}^{1/2} + 1/r_n^{1/2}$ . (1). D'autre part,  $I_{n+2}$  divise le segment  $I_n I_{n+1}$  dans le rapport  $(r_n/r_{n+1})^{1/2}$ , en effet,  $I_{n+2} I_n / I_{n+2} I_{n+1} = I_n I_{n+1} / I_{n+2} I_{n+1} - 1 = (r_n/r_{n+2})^{1/2} - 1 = r_n^{1/2} (1/r_{n+2}^{1/2} - 1/r_n^{1/2}) = (r_n/r_{n+1})^{1/2}$ . Si l'on désigne par  $x_n, x_{n+1}$

et  $x_{n+2}$  les abscisses de  $I_n, I_{n+1}$  et  $I_{n+2}$ , la relation précédente s'écrit :  $(x_{n+2} - x_n)/(x_{n+1} - x_{n+2}) = (r_n/r_{n+1})^{1/2}$  que l'on peut mettre sous la forme :  $x_{n+2}/r_{n+2}^{1/2} = x_{n+1}/r_{n+1}^{1/2} + x_n/r_n^{1/2}$  (2).

Posons  $u_n = 1/r_n^{1/2}$ , on a  $u_0 = u_1 = 1$  et (1) devient  $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ , c'est-à-dire la suite de Fibonacci donc  $1/r_n^{1/2} = F_n$  ou encore  $r_n = 1/F_n^2$ . De même, si l'on pose  $v_n = x_n/r_n^{1/2}$ , on a  $v_0 = 0, v_1 = 2$  et (2) devient  $v_{n+2} = v_{n+1} + v_n$ , soit encore la suite de Fibonacci à un facteur 2 près et décalée d'un rang, donc  $x_n/r_n^{1/2} = 2F_{n-1}$  ou encore  $x_n = 2F_{n-1}/F_n$ . Quand  $n$  tend vers l'infini,  $x_n$  tend vers  $2/\phi = \sqrt{5} - 1$ .



## Évoluons-nous ?

**S**elon Jean-Jacques Hublin, les plus récentes évolutions biologiques de l'espèce humaine seraient les conséquences de variations climatiques (voir *Climat de l'Europe et origine des Néandertaliens*, *Pour la Science*, mars 1998). L'homme actuel, réparti sur toute la planète, circule sans difficultés d'un continent à l'autre, et il a acquis un niveau technique qui nivelle les chances de survie et de reproduction de tous les individus : aucune caractéristique biologique ne procure plus d'avantage décisif. Tant que dureront ces conditions, peut-on envisager que l'évolution de notre espèce soit arrêtée ?

François GOURRAUD, Les Herbiers

## Réponse de Jean-Jacques Hublin

Au cours de l'évolution humaine, l'adaptation culturelle s'est progressivement ajoutée à l'adaptation biologique. À la différence des autres mammifères, les hommes ont conquis des milieux nouveaux, en grande partie grâce à des innovations techniques et non uniquement par des modifications anatomiques ou physiologiques. Il serait toutefois erroné de penser que l'humanité s'est totalement affranchie des pressions de sélection exercées par le milieu. Pour une bonne part, l'homme crée et modifie son propre milieu. Son évolution biologique ne s'est pas arrêtée, mais résulte, surtout pour les périodes récentes, de changements comportementaux.

## L'euro divisé

**D**idier Nordon propose de prendre comme sous-multiple de l'euro sa dix millièmes partie (voir *Bloc-notes*, *Pour la Science*, avril 1998), et de la nommer le liechtensto. Un dix millièmes c'est peu ! Prenons plus simplement le centième. Il existe un pays qui couvre le centième de l'Europe (bien que ne faisant pas partie de l'Union) et où tout le monde souhaite déposer son argent : la Suisse.

Marc VENOT

## Pompe à chaleur

**D**ans son *Bloc-notes*, Didier Nordon fait une extrapolation intéressante mais erronée du premier principe de la thermodynamique (voir *Pour la Science*, avril 1998). Entasser dans une pièce surchauffée à 40 °C des individus dont la température interne est de 37 °C ne rafraîchira pas l'atmosphère.

En effet, un être humain rayonne de l'énergie : environ 70 watts pour un adulte au repos. Cette énergie contribue à chauffer l'environnement. La température de 37 °C n'est que celle de l'intérieur de l'organisme, maintenue par des processus thermorégulateurs qui, dans une ambiance plus chaude, évacuent justement la chaleur vers l'extérieur. Dans cette situation, le corps humain fonctionne comme un réfrigérateur, qui maintient une température interne plus basse que son environnement, au détriment d'un gain d'énergie pour l'extérieur.

Thierry MARLIERE, Laon

## Milieux à protéger

**L**es articles de Maurice Mashaal et de Marc Ancrenaz, à quelques pages d'intervalle (voir *Les insectes, indices d'un genre nouveau ?* et *Retour à la nature*, *Pour la Science*, avril 1998), délivrent le même message, malgré la taille différente des animaux dont ils traitent, respectivement les insectes et les chimpanzés : la protection de toute faune n'est possible que par la protection du milieu naturel auquel elle est adaptée. C'est plus évident pour les insectes que pour les grands vertébrés, mais la difficulté de réinsertion de chimpanzés élevés en captivité, voire seulement en semi-captivité, en est une preuve : il serait tellement plus simple de laisser prospérer les troupes de chimpanzés encore sauvages.

Francis MARTIN, Clamart

## Fourier et ses prénoms

**L**'article d'E. Milotti sur *Le bruit en 1/f* (*Pour la Science*, avril 1998) fait appel à la décomposition des signaux en composantes sinusoïdales, nommée transformation de Fourier. Il renvoie au chapitre sur Jean-Baptiste Fourier du livre *Les mathématiciens* de la Bibliothèque *Pour la Science*. Or, au cimetière du Père Lachaise, la tombe du physicien et mathématicien, mort en 1830, porte le nom de Joseph Fourier. Est-ce bien le même homme ?

Aimé DRUILHET



J. Apicella, Cesar Pelli & Associates

## Réponse de l'éditeur

Selon le livre consacré à Fourier par Jean Dhombres et Jean-Bernard Robert, à paraître aux éditions Belin, son acte de baptême, daté du 21 mars 1768 à Auxerre, ne porte que les deux prénoms Jean et Joseph. Il se fera toutefois par la suite appeler Jean-Baptiste et, plus simplement, Joseph.

## Plus haut plus bas

**L**es gratte-ciel des années 1930 (l'immeuble Chrysler et l'Empire State Building) ont été construits alors que la grande dépression économique atteignait les États-Unis. Les érections du World Trade Center et de la tour Sears coïncidèrent avec les difficultés économiques des années 1970. Alors que la construction des tours Petronas s'achève en Malaisie (voir *Les plus hautes tours du monde*, par Cesar Pelli, Charles

Thornton et Leonard Joseph, *Pour la Science*, février 1998), une crise économique apparaît brusquement dans cette région du monde. Ce n'est pas très étonnant : pendant les crises, les symboles prennent le pas sur les réalités.

Meredith POOR, San Antonio

## Richesse génétique

**L**'article *Le syndrome de Williams*, par H. Lenhoff, P. Wang, F. Greenberg et U. Bellugi (*Pour la Science*, février 1998) révèle les étonnantes capacités artistiques de personnes atteintes de ce syndrome. Faudrait-il dépister celui-ci avant la naissance et éliminer les porteurs du gène défectueux ? J'attends avec impatience que la génétique améliore la santé humaine, mais je redoute que de telles questions se posent à propos d'un nombre de maladies de plus en plus grand.

Robert SHEELER, Rochester

Écrivez à *Pour la Science* vos commentaires et vos réflexions sur l'actualité scientifique. Courriel électronique : 101641.3525@compuserve.com. Retrouvez la Tribune sur l'Internet, à l'adresse : <http://www.pourlascience.com>