

Du point de vue de l'évolutionniste, le problème de l'allergie c'est simplement qu'à force de lutter contre le non-soi, parce que le non-soi est, potentiellement, un ennemi, le système immunitaire finit parfois par tirer sur tout ce qui bouge. Il tire sur un grain de pollen, il tire sur un acarien, parce que potentiellement c'est du non-soi. Il est tellement perfectionné que, de temps en temps, comme n'importe quelle nation qui se défend, il souhaite détruire une cible inutile et s'en trouve pénalisé.

Qu'en est-il maintenant de l'homme dans cette longue histoire? Nous distinguerons trois hommes au sens large. L'homme darwinien, puisqu'il est issu d'une évolution darwinienne, l'homme lamarckien qui nous permettra d'évoquer le grand évolutionniste qui avait précédé Darwin, et puis l'homme «humain».

L'homme darwinien est un fruit de l'arbre de l'évolution. Nous sommes le produit d'une évolution darwinienne longue, encore une fois, de trois milliards et demi d'années. La variabilité génétique engendrée par les erreurs de réplication de l'ADN a fait de nous ce que nous sommes, une espèce parmi les 1 500 000 espèces décrites, et parmi les quelque dix millions d'espèces qui restent probablement à décrire.

Nous avons l'intelligence, nous avons la conscience, mais nous sommes un fruit indétachable de cet arbre : toutes nos cellules, toute la mise en place de notre développement, tout notre code génétique fonctionnent exactement comme celui des autres animaux et organismes, même les plantes. Le temps n'est plus d'ergoter, comme les contemporains de Darwin, pour savoir si nous sommes les cousins du singe ou pas. Le problème n'est pas le singe. Nous sommes les cousins de tous les êtres vivants, chimpanzés, souris, bactéries, virus, et nous descendons de la première molécule d'acide nucléique apparue sur Terre et capable d'autoréplication.

Les premiers hominidés, issus de cette évolution darwinienne, sont apparus il y a environ trois millions et demi d'années, l'homme habile, il y a deux millions d'années, l'homme droit, un million, et l'homme savant, c'est-à-dire nous, approximativement 200 000 ans.

Cette évolution darwinienne continue-t-elle aujourd'hui? Cela est très difficile à dire, car même la totalité des temps historiques est très peu de chose au regard de l'Évolution. Mais rien n'indique que le succès reproductif des hommes de notre temps soit en relation avec un caractère adaptatif particulier.

Il y a 2 400 ans, le Grec Ératosthène comprend que la Terre est ronde et donne, 400 ans avant J.-C., la circonférence de la Terre avec une erreur de 40 kilomètres! Il n'est pas très sérieux de prétendre que notre cerveau a évolué depuis Ératosthène.



La Reine rouge entraînant Alice dans un sur place effréné.

Toutefois, nos connaissances ont augmenté dans des proportions considérables. Pensez aux médicaments : les antihistaminiques n'existaient pas à l'époque d'Ératosthène et, pour ce qui est de la circonférence de la Terre, les satellites la mesurent, bien sûr, avec plus de décimales exactes. Pourquoi? Parce qu'à l'évolution darwinienne de l'homme s'est superposée une autre forme d'évolution, l'évolution lamarckienne.

Lamarck pensait que les caractères acquis pouvaient se transmettre d'une génération à l'autre, et que les fils de forgerons auraient des bras plus musclés. On sait aujourd'hui que cela est faux, parce qu'un caractère acquis pendant la vie d'un individu ne passe pas dans l'ADN, qui possède le plan de notre organisme. Les caractères acquis ne sont pas transmis, sauf pour ce qui est de notre acquis culturel, lequel se transmet selon un mode lamarckien. Imaginez par exemple qu'un oiseau abandonne un nid qu'il a fabriqué. Ce nid pourrait être utilisé à la génération suivante par un autre oiseau, sans que l'ADN n'ait été, à aucun moment, concerné. La transmission des biens matériels (les héritages...), des biens intellectuels (les

connaissances...), des biens spirituels (les croyances...) se fait chez les hommes suivant un mode lamarckien. Ce type de transmission des caractères possède un caractère redoutable : elle va très vite et peut aboutir à une distribution très inégale des richesses. Elle rend plus incertaine encore la troisième question de Paul Gauguin.

Le troisième homme, c'est l'homme humain avec ses notions morales. Pour l'ADN, le bien et le mal ne sont déterminés que par l'efficacité reproductrice. Depuis trois milliards et demi d'années, il n'y a eu que de l'égoïsme, une lutte sans merci entre les molécules d'ADN, agissant par l'intermédiaire des organismes qu'elles fabriquaient. Pour l'Évolution, les individus ne comptent pas. L'homme souffre de cette constatation, parce qu'il est conscient et s'aperçoit qu'il vit dans un monde où il ne compte pas. Le mal pour l'homme, c'est la compétition à outrance, le fait que le loup tue l'agneau, que la bactérie tue l'homme. La compétition a existé entre les hommes et joué un rôle dans l'Évolution : personne ne saurait l'affirmer, mais peut-être est-ce

la compétition qui a permis aux hommes de Cro-Magnon de supplanter les hommes de Néanderthal.

Mais l'homme moderne rêve d'un paradis où le lion ne mange plus la gazelle, où le loup ne mange plus l'agneau. La fantasmie de l'homme humain, c'est de créer de nouvelles lois pour le monde, des lois humaines et, par conséquent, contre nature.

Imaginons que je vois le portefeuille de mon voisin qui dépasse de sa poche : si je ne le prends pas, au regard de l'Évolution je suis un imbécile. Si je lutte avec succès contre les lois naturelles, c'est par peur du gendarme, par mon éducation qui valorise le sentiment que je ne dois pas voler ou parce que des sentiments religieux me font espérer que Dieu me le rendra au centuple.

Adam et Ève ont été chassés du paradis, parce qu'ils ont goûté le fruit de l'arbre de la connaissance du bien et du mal. Cette vision de la morale me semble dans le droit fil de la pensée évolutionniste.

Claude COMBES est professeur de biologie à l'Université de Perpignan.



Schering-Plough

L'universalité des formes fractales

Bernard Sapoval

Le physiologiste élucide le fonctionnement des organes en examinant leurs dysfonctionnements ; en biologie moléculaire, c'est en comparant les gènes des personnes atteintes de maladie avec ceux des individus sains que l'on identifie les gènes mutés responsables des affections. La genèse des formes fractales est née aussi d'une considération pathologique : à la fin du XIX^e siècle, le mathématicien allemand Weierstrass a montré qu'une fonction pouvait être continue, c'est-à-dire que l'on pouvait la tracer sans lever le crayon, et n'avoir de tangente en aucun de ses points : la courbe représentant cette fonction avait des «pointes» partout.

Cet étrange objet fut rejeté par une partie de la communauté mathématique ; le mathématicien Hermite s'en «détournait avec horreur». Il était difficile de tracer la courbe représentant la fonction de Weierstrass, et la compréhension de la nature de ces créations mathématiques s'améliora avec une représentation graphique plus intuitive, comme la courbe de von Koch, au début du XX^e siècle.

L'extraordinaire est que Benoît Mandelbrot a découvert que nombre de phénomènes naturels étaient structurés comme ces objets pathologiques que l'on dénomme fractales.

On pense parfois que la géométrie, depuis le temps qu'on l'exploite, a dit son dernier mot. C'est oublier que cette discipline, si l'on s'en tient aux formes traditionnelles de la géométrie

nombre de formes naturelles et, dans un second temps, pour en expliquer le fonctionnement. On baptise universels des comportements et des équations qui apparaissent dans des contextes extrêmement différents. Ainsi les objets de la géométrie grecque étaient universels : la sphère est universelle parce que le Soleil est sphérique, une bulle de savon et une orange aussi. Nous allons voir sur quelques exemples que les fractales apparaissent dans une grande variété de phénomènes.

Une des caractéristiques de ces objets fractals est leur autosimilarité : une partie de l'objet est semblable au tout à plus petite échelle. Ainsi une partie de la courbe de von Koch n'est pas différente d'une partie plus grande, vue à une échelle

sives jusqu'à l'infini, mais seulement sur quelques ordres de grandeur. C'est cette autosimilarité limitée que l'on retrouve dans la nature : regardez une zone des poumons et les ramifications des artères et des artéριοles, ou les détails d'un chou-fleur, vous verrez que la structure de détail «ressemble» à l'aspect général.

Prenons un exemple historique, le découpage de la côte anglaise ou de la côte bretonne, étudiée par le mathématicien Richardson. Une des premières questions quantitatives que l'on se pose est : quelle est la longueur de la côte de Bretagne ? À cette question apparemment innocente, il n'y a pas de réponse.

En effet, comment pourrait-on mesurer la longueur de la côte entre Brest et Concarneau ? On pourrait prendre une carte au 200 000^e, sur laquelle un centimètre représente deux kilomètres et, avec une baguette de cinq centimètres, représentant dix kilomètres, estimer que la longueur de la côte est de 14 baguettes, soit 140 kilomètres.

Avec une photo de la même côte, mais prise au 20 000^e, où un centimètre représente 200 mètres, nous répéterions la même opération avec une baguette de cinq centimètres,

1. Le chou-fleur a une structure fractale. Chaque élément radial est grossi d'un facteur 2 par rapport à l'élément précédent. Les parties sont semblables au tout.

«grecque», est incapable de décrire ou même de penser les objets courants de notre monde, une montagne par exemple. Le miracle, ou plutôt la divine surprise, est que les formes fractales sont un outil privilégié pour reproduire et modéliser

réduite. Il est impossible de connaître l'échelle de l'observation à la vue de l'image. Cette autosimilarité participe de la construction d'autres objets mathématiques comme l'éponge de Weibull.

Bien sûr, lors de la construction d'une fractale, nous ne pouvons, graphiquement, poursuivre les itérations succes-

représentant maintenant un kilomètre. Nous mesurerions alors une nouvelle longueur, plus grande que 140 kilomètres, car nous prendrions en compte plus de détails. Enfin, sur le terrain, avec une petite baguette qui épouserait mieux les irrégularités, la longueur

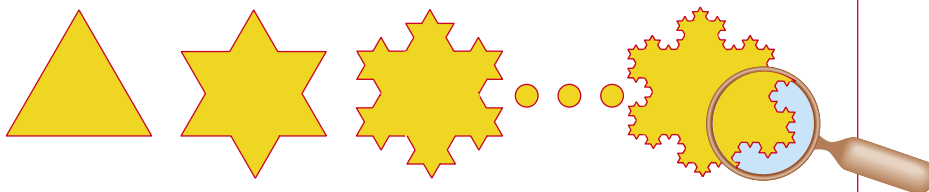
de la côte serait encore supérieure : ainsi, la longueur mesurée dépend de l'échelle. Au contraire, sur une courbe régulière formée de segments de droites ou de portions de courbes en nombre et en taille finis, la longueur mesurée tend vers une limite finie. Aussi l'augmentation de la longueur de la côte se poursuit-elle jusqu'à une certaine limite, où les objets physiques que nous observons finissent par devenir réguliers...

La courbe de von Koch a, quant à elle, une longueur infinie. En effet, à chaque étape de sa construction (voir l'encadré ci-contre), la longueur est multipliée par $4/3$ et, comme ce nombre est supérieur à 1, sa longueur tend vers l'infini. Cette courbe encadre cependant une aire finie : elle pourrait représenter une côte de Bretagne hypothétique, avec des golfes au fond desquels s'ouvriraient des baies, découpées elles-mêmes par des baies plus petites, et cela indéfiniment. Là apparaît l'analogie : l'objet mathématique obtenu par cette suite infinie d'opérations de découpage possède une parenté avec la côte de Bretagne.

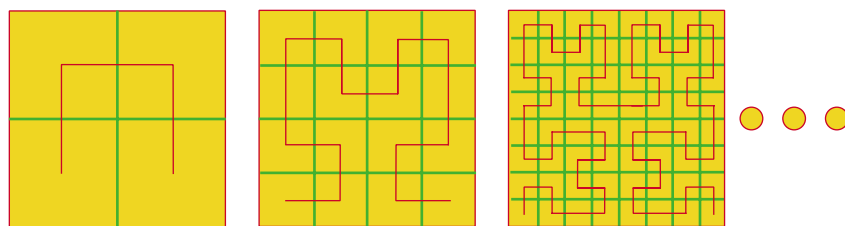
Il subsiste toutefois une nuance essentielle : la courbe de von Koch a été construite en répétant toujours la même opération, déterminée une fois pour toutes. Cette courbe est une fractale déterministe, le hasard n'intervenant nulle part dans l'opération. Or, sur la côte de Bretagne, le golfe du Morbihan n'est pas identique à la baie des Trépassés dilatée, mais la similarité est vraie statistiquement : tel golfe ressemble à telle baie agrandie, qui ressemble à telle anse, aussi agrandie... De même, les branches de chou-fleur ne sont pas exactement identiques, mais, par agrandissement, elles ressemblent au chou-fleur entier sans le reproduire exactement. La côte de Bretagne et le chou-fleur sont des fractales aléatoires.

Avant qu'ils ne soient baptisés fractals les mathématiciens avaient senti l'intérêt de ces objets et avaient étudié une de leurs caractéristiques : leur dimension. Dans la géométrie classique, une ligne est un objet à une dimension, une surface, un objet à deux dimensions, un volume, un objet à trois dimensions. Nous sommes ainsi habitués à des objets dont les dimensions sont des nombres entiers : 1, 2 ou 3. Un géomètre italien, Giuseppe Peano, avait construit, par étapes successives, une courbe de type fractal qui passait par tous les points d'un carré, c'est-à-

LES DIMENSIONS NON ENTIÈRES



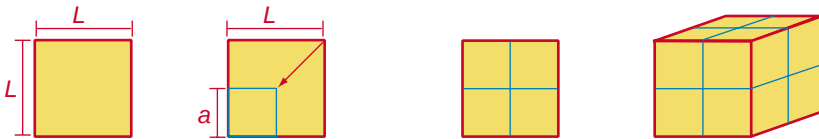
À chaque étape de la courbe de von Koch en flocon de neige, les segments du contour sont divisés en trois parties égales, et deux côtés d'un triangle équilatéral sont construits sur la partie centrale. Une partie grossie à la même structure qu'une partie du tout. La longueur de la courbe est infinie, l'aire finie.



La courbe de Hilbert, après un nombre infini d'étapes, remplit tout le plan : on subodore qu'elle est de dimension 2, ce qui est exact selon la définition généralisée de la dimension, que nous allons examiner.



La longueur L d'un segment mesuré par une règle de longueur a est égale à $N.a$ où N est le nombre de règles mises bout à bout pour recouvrir le segment.

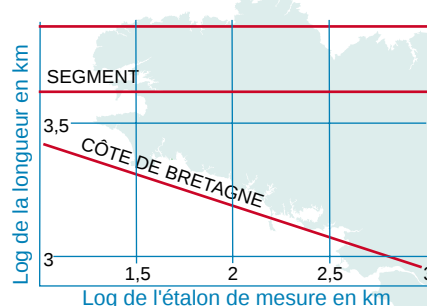


L'aire A d'un carré de côté L est égale à $N.a^2$, où r est le taux de réduction faisant passer du carré de côté L au carré de côté a ($r = L/a$). N est le nombre de petits carrés, de côté a , qui recouvrent le carré de côté L . Plus généralement, si la taille de l'étalon de mesure est réduit dans un rapport r , le nombre d'étalons qui recouvrent la grandeur à mesurer est multiplié par N et la dimension D est égale à $\log N / \log r$. Pour le segment, si l'étalon de mesure est divisé par 2, N est multiplié par 2, et la dimension D , égale à $\log 2 / \log 2$, vaut 1. Pour le carré, si l'étalon de mesure est divisé par 2, N est égal à 4, et la dimension D est égale à $\log 4 / \log 2$, soit 2, ce qui est bien la dimension habituelle d'une surface. De même pour le cube, si $r = 2$, $N = 8$ et D est égale à $\log 8 / \log 2$, soit 3.



Pour la courbe de von Koch, si l'on réduit la taille de l'étalon d'un rapport 3, la règle va mieux épouser le contour et mesurer la longueur du triangle équilatéral central de ce segment, qu'elle ignorait auparavant. Ici $N = 4$, et la dimension D de cette courbe est $\log 4 / \log 3$, soit 1,26... Par ce type de raisonnement, on justifie que la dimension de la courbe de Hilbert est égale à 2.

Historiquement, le mathématicien anglais Richardson a montré que, en mesurant une côte avec des étalons de mesure de plus en plus petits, la longueur de la côte varie linéairement sur une échelle doublement logarithmique : la dimension de la côte est approximativement égale à 1,25. La côte est une fractale.



Schering-Plough