

JEU-CONCOURS N° 48

PIERRE TOUGNE

Éclipses joviennes

La planète Jupiter possède de nombreux satellites (au moins 16) dont quatre ont été découverts par Galilée en 1610. Io, le plus proche des satellites galiléens, a une période de révolution autour de Jupiter T_I de 1,769 jour. À chaque passage de Io dans le cône d'ombre de Jupiter, il y a une éclipse de Io. Quelle relation existe-t-il entre la période T de ces éclipses et les périodes T_J de rotation de Jupiter autour du Soleil et T_I de rotation de Io autour de Jupiter? On suppose que les orbites de Jupiter autour du Soleil et de Io autour de Jupiter sont circulaires et dans un même plan, et l'on considère que le Soleil est ponctuel.

De fait, l'observation de ces éclipses s'accorde assez bien avec la relation trouvée sur une courte période. Cependant si l'on calcule les dates des éclipses de Io au moment où Jupiter est proche

de la conjonction (c'est-à-dire où la distance Terre-Jupiter est maximum) à partir des dates d'observation des éclipses au moment où Jupiter est proche de l'opposition (c'est-à-dire où la distance Terre-Jupiter est minimum), les dates des éclipses au voisinage de la conjonction semblent toutes être en retard d'environ 16,5 minutes par rapport au calcul. Comment expliquer ce phénomène et que peut-on en déduire connaissant la variation de la distance Terre-Jupiter entre l'opposition et la conjonction, soit $2u - a = 3 \times 10^8$ kilomètres?

Envoyez vos réponses aux questions sur carte postale à Pour la Science, 8, rue Férou, 75006 Paris. Parmi les réponses exactes reçues pendant le mois de juin 1998, dix gagnants tirés au sort recevront un livre.

RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N° 46

Par hasard, l'article de J.-P. Delahaye sur les fractions, dans le même numéro, avait quelque rapport avec le problème des fractions curieuses. Examinons la solution «manuelle» de recherche du nombre se terminant par 2 pour le facteur 2. Le produit par 2 étant le multiplicande dont on a fait passer le chiffre des unités en tête du nombre, le chiffre des dizaines est un 4 ($2 \times 2 = 4$), de même, le chiffre des centaines est un 8 ($2 \times 4 = 8$), le chiffre des milliers un 6 ($2 \times 8 = 16$, retenue 1), le chiffre des dix-mille un 3 ($2 \times 6 + 1 = 13$, retenue 1), etc. Quant peut-on s'arrêter? Au moment où l'on retrouve le chiffre des unités, ici 2 sans retenue. Cela se produit au 19^e chiffre, soit le nombre 105 263 157 894 736 842. Si l'on prend 3 comme chiffre des unités, on trouve 157 894 736 842 105 263. En procédant de même avec le facteur 7, il faut 22 chiffres, comme par exemple 1 014 492 753 623 188 405 797 ou 1 159 420 289 855 072 463 768. Mais est-on certain que le processus s'arrêtera? Oui, car si $N = a_{n-1} \dots a_0$ est le nombre de n chiffres cherché pour le multiplicateur k , la multiplication s'écrit $a_{n-1} \dots a_0 \times k = a_0 a_{n-1} \dots a_1$, soit $Nk = a_0 10^{n-1} + (N - a_0)/10$, que l'on peut

réécrire $N = a_0(10^n - 1)/(10k - 1)$, c'est-à-dire qu'une condition suffisante est l'existence de n tel que $10^n - 1$ soit divisible par $10k - 1$. Or pour tout k , il existe une plus petite valeur de n ayant cette propriété (voir l'article de J.-P. Delahaye), mais celle-ci est très variable ainsi pour $k = 2 \dots 9$, $n = 18, 28, 6, 42, 58, 22, 26, 44$. Enfin, la condition $N \geq 10^{n-1}$ implique $a_0 \geq k$ (explication du coup de pouce).

Quelques remarques au sujet de ces nombres : La concaténation d'un nombre avec lui-même possède la même propriété, donc une infinité de multiplications curieuses ; si $10k - 1$ est premier pour les différentes terminaisons possibles, ces nombres sont des permutations particulières de l'un quelconque d'entre eux.

Pour un multiplicateur k donné, les nombres de longueur minimum ont en général le même nombre de chiffres selon la terminaison, sauf pour le facteur 5, auquel cas ces nombres ont 42 chiffres, à l'exception de la terminaison 7 qui conduit à 142 857 (parce que $a_0 = 7$ a un facteur commun avec $10k - 1 = 49$). Enfin, le problème se généralise à un déplacement de plus d'un chiffre, mais les calculs sont pénibles.



La dette publique

BERNARD GUERRIEN • FRANCISCO VERGARA

Les Français seraient-ils de «mauvais parents» qui laisseraient à leurs enfants une grosse dette ?

L'existence d'un déficit budgétaire et sa conséquence directe – l'augmentation de la dette publique – seraient moralement répréhensibles, car elles alourdiraient la «charge» que nous laissons à nos enfants. Cette constatation a été formulée par Jacques Chirac (discours du 14 juillet 1997), par Dominique Strauss-Kahn et par Jean-Claude Trichet, gouverneur de la Banque de France. Les références d'autorité ne sanctifient pas l'erreur : la dette publique est une créance des Français sur l'État, qui leur rapporte des intérêts.

Le déficit budgétaire est la différence entre les dépenses et les recettes de l'État (celles-ci provenant des impôts et taxes). Pour pouvoir le financer, l'État émet des titres qui sont achetés – par l'intermédiaire des banques et des institutions financières – par des particuliers (ménages et entreprises) ; ces titres, qui ont l'avantage d'être sans risque (ou presque : les cas de faillite de l'État sont exceptionnels), rapportent des intérêts. La dette des administrations publiques est formée par l'ensemble des titres qui ont été émis par l'État, et qui sont encore en circulation. Ainsi, les critères de Maastricht fixent à 3 pour cent et à 60 pour cent du PIB (valeur de la production annuelle d'un pays) le maximum autorisé pour, respectivement, le déficit budgétaire et la dette publique. Pourquoi de tels seuils ? Il n'est pas de réponse précise à cette question. Comme par hasard, ils correspondent à peu près à la situation prévalant dans les deux pays les plus importants, la France et l'Allemagne.

PAS DE DETTE SANS CRÉANCE

Revenons à notre question initiale, sur la «charge» que la dette de l'État ferait peser sur les générations futures.

Si Jacques Chirac et Dominique Strauss-Kahn achètent des bons du trésor, qu'ils lèguent ensuite à leurs enfants, ils leur donnent un droit sur des ressources futures. Ils sont donc «de bons parents», même si par

ailleurs leur politique budgétaire laisse une dette publique plus élevée que celle qu'ils ont trouvée en arrivant au pouvoir. Le seul effet direct de la dette et de la créance correspondante est de modifier la répartition des ressources disponibles à un moment donné entre les membres d'une même génération. Si les enfants de J. Chirac et de D. Strauss-Kahn ont des revenus suffisamment élevés pour que les impôts qu'ils payent compensent les intérêts et le remboursement des titres d'État qu'ils détiennent, alors l'État leur prendra d'une main ce qu'il leur donnera de l'autre !

Bien entendu, le niveau du déficit des administrations publiques n'est pas sans importance. Mais il ne peut être envisagé sans une réflexion sur la forme et les conséquences des dépenses de l'État à l'origine de ce déficit. Car si l'État s'endette en construisant des routes et des stades, en réhabilitant des cités délabrées ou en rénovant l'infrastructure scolaire des banlieues défavorisées, alors il contribue au bien-être des «générations futures», qui ne peuvent qu'être reconnaissantes devant des «parents» aussi prévoyants.

Il est vrai que ceux-ci leurissent le soin de régler la question de la redistribution d'une partie du revenu qu'implique tout système de dettes et de créances, ce qui n'est pas simple : les enfants de Chirac et de Strauss-Kahn seront contents de toucher des intérêts ou de se faire rembourser les titres qu'ils détiennent, mais pas du tout d'avoir à payer des impôts

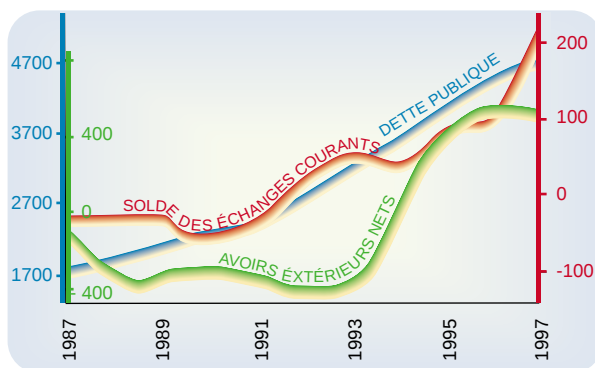
pour cela ! Ainsi, la perspective d'une hausse des impôts peut avoir un effet négatif – désincitation au travail ou à investir, fuite des capitaux ou même de certaines personnes –, dont doit tenir compte toute réflexion sur les conséquences des déficits budgétaires.

LA «MAISON FRANCE»

Si l'on veut garder la métaphore des «mauvais parents», on doit considérer la France entière comme «une grande famille», la «maison France». Si celle-ci a des dettes, ce ne peut être que par rapport à des entités autres qu'elle-même, c'est-à-dire par rapport aux résidents d'autres pays. Sa dette ne peut augmenter que si elle consomme plus qu'elle ne produit – si elle importe plus qu'elle n'exporte ; si tel est le cas, ses enfants («la France de demain») devront alors produire plus qu'ils ne consommeront, pour rembourser la dette laissée par leurs parents, dont on peut dire qu'ils sont «mauvais» (ou «moralement répréhensibles»).

La dette publique ne joue là aucun rôle. Quant à la «maison France», en tant qu'entité globale, elle n'est nullement endettée ; bien au contraire, puisque les échanges de biens et services de la France avec l'étranger sont, depuis plusieurs années, largement excédentaires (la «maison France» exporte bien plus qu'il n'importe), comme le proclament d'ailleurs les mêmes qui cherchent à nous culpabiliser. Ce que «notre génération» est en train de laisser à «ses enfants», ce sont des créances et non des dettes : grâce à nous, à notre travail, ils pourront consommer plus qu'ils ne produiront...

Tel n'est pas le cas des États-Unis où le déficit annuel du commerce extérieur est de l'ordre de deux pour cent du PIB, et s'accumule depuis plus de dix ans : les «parents» américains vivent au-dessus de leurs moyens. L'État américain n'est peut-être plus en déficit, mais la «maison États-Unis» laisse à ses enfants une facture. Les «mauvais parents» ne sont pas là où on le dit...



Dette publique française, solde des échanges courants et avoir extérieur net français, en milliards de francs.