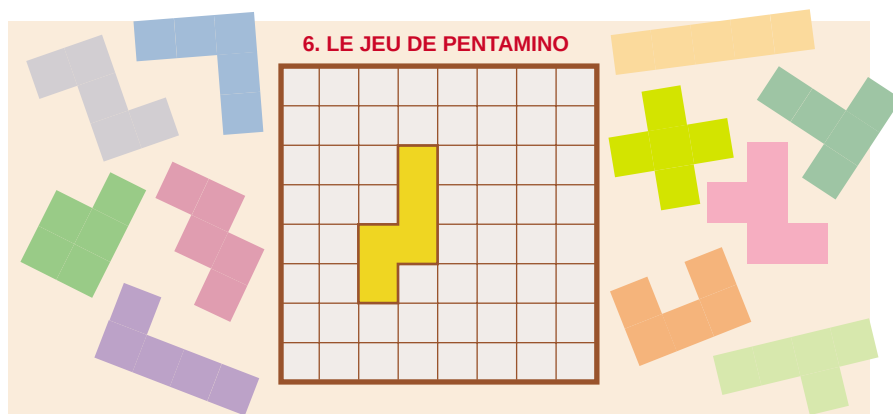




6. LE JEU DE PENTAMINO

Au jeu du pentamino, le joueur qui commence gagne.

Règle du jeu.

- Deux joueurs s'affrontent sur un échiquier 8×8 en utilisant les douze pentaminos comme pièces.
- Les joueurs jouent chacun à leur tour, plaçant sur l'échiquier l'un des pentaminos non encore placés, de façon à recouvrir des cases vides.
- Lorsque plus aucune pièce ne peut être déposée, celui des joueurs à qui c'est le tour de jouer a perdu.

H. Orman, après un calcul de plusieurs semaines sur plusieurs ordinateurs, a établi que le joueur qui commence peut gagner s'il place le pentamino en Z, comme indiqué sur la figure.

pavages, soupçonne que la conjecture est fautive. Un lecteur de *Pour La Science* saura-t-il la résoudre, en proposant un polymino dont un nombre impair de copies remplit un rectangle sans qu'un nombre pair plus petit fasse de même ?

M. Reid considère aussi que trouver de nouveaux polyminos rectangulaires est un terrible défi qu'il faut pourtant relever pour avancer dans la compréhension de ce domaine de la géométrie élémentaire. Il serait très utile de connaître tout ce qu'il en est des polyminos les plus simples : par exemple, les polyminos rectangulaires de taille inférieure à 100, et ceux qui ne le sont pas. Une telle question est aujourd'hui totalement hors de notre portée, et les programmes (écrits par M. Reid, entre autres) qui fonctionnent en permanence à la recherche de nouveaux polyminos rectangulaires ne soulèvent que très lentement le voile.

L'étude des décompositions d'un rectangle en un nombre impair de polyminos est un autre problème difficile où des résultats intéressants ont été trouvés récemment. David Klarner proposa d'appeler polymino impair un polymino dont un nombre impair de copies peut composer un rectangle (ici, on n'impose pas que le nombre impair soit le nombre minimal d'exemplaires permettant de composer un rectangle, sinon on serait ramené à la question non résolue de savoir s'il y a des nombres rectangulaires impairs). La figure 5 donne quelques-unes des belles décompositions obtenues.

UN RÉSULTAT DE THÉORIE DES JEUX

Récemment un autre progrès remarquable a été fait concernant les polyminos. La question de l'existence d'une stratégie gagnante au jeu des pentaminos du film *2001*, posée il y a plus de 30 ans par S. Golomb, a été résolue à la suite d'une série de calculs colossaux.

Rappelons les règles du jeu : deux joueurs s'affrontent sur un échiquier 8×8 en utilisant les 12 pentaminos comme pièces, qui sont placés à côté de l'échiquier au début du jeu. Les joueurs jouent chacun à leur tour, prenant une pièce de leur choix parmi les restantes, la posant sur l'échiquier et venant occuper des cases vides de celui-ci. Cela, jusqu'à ce que plus aucune pièce ne puisse être déposée. Celui des joueurs qui se trouve dans l'impossibilité de jouer a perdu.

À l'Université d'Arizona, Hilarie Orman a programmé une étude du jeu fondée sur l'idée qu'en plaçant le pentamino en L au milieu on limitait le nombre de possibilités de jeu de l'adversaire. Le calcul a duré plusieurs mois utilisant de nombreuses machines (une machine *Intel Paragon*, 6 *Hewlett-Packard 720*, 4 *Digital Equipment Corporation RS 3000 model 600*).

L'espoir de H. Orman était que, pour chacune des 1 181 répliques possibles du second joueur, une réplique gagnante soit découverte par son programme. Malheureusement le programme découvrit que deux réponses permettaient à l'adversaire de se retrouver dans une position gagnante : en plaçant le L au centre, le joueur qui

commence perd contre un joueur averti. La question subsistait : existe-t-il d'autres façons de commencer qui assurent au premier joueur de gagner contre toute défense ? Le programme de H. Orman ne pouvait considérer tous les premiers coups possibles, car le calcul aurait duré plus de dix ans ! C'est pourquoi elle avait fait le pari (perdu) que placer le L au centre était une bonne façon de jouer pour le premier joueur. Opiniâtre, Hilarie ne se découragea pas et entreprit une seconde tentative (après une phase de perfectionnement du programme), cette fois en imaginant que le premier joueur pose le Z. La réponse obtenue, en deux semaines, est que, pour ce premier coup, aucune réplique gagnante n'existe. Le joueur qui commence peut gagner de manière certaine au jeu inventé par S. Golomb en plaçant le Z au centre. Signalons que le résultat a été vérifié par un programme de Richard Schroepel, totalement indépendant du premier.

Notons aussi qu'une fois le calcul fait, un ordinateur n'a pas besoin de refaire tout le calcul pour chaque partie : l'utilisation de certaines données stockées en cours du calcul lui permet de savoir comment jouer à coup sûr.

Des deux jeux envisagés par S. Kubrick «humain contre ordinateur», dans *2001, Odyssée de l'espace*, aucun n'a résisté à la machine jusqu'au XXI^e siècle. L'homme perd au jeu d'échecs, comme le match Kasparov-Deeper Blue de mai 1997 l'a montré, et perd au jeu de pentamino (là, l'ordinateur a complètement résolu le jeu en indiquant la tactique gagnante et lui a, ce faisant, enlevé tout intérêt).

M. Gardner, *Hexaflexagons and other Mathematical Diversions*, The University of Chicago Press, Chicago, 1988.

I. Stewart, *Pavages et tâtonnements*, in *Pour La Science*, pp. 94-99, avril 1990.

S. W. Golomb, *Polyominoes. Puzzles, Patterns, Problems and Packing*, Princeton Science Library, Princeton, 1994-1996.

S. W. Golomb, *Tiling Rectangles with Polyominoes*, in *The Mathematical Intelligencer*, 18, 2, pp. 38-46, 1996.

W. R. Marshall, *Packing Rectangles with Congruent Polyominoes*, in *Journal of Combinatorial Theory, Series A*, 77, 2, pp. 181-192, 1997.

G. E. Martin, *Polyominoes. A Guide to Puzzles and Problems in Tiling*, in *The Mathematical Association of America, Spectrum Series*, 1996.

H. K. Orman, *Pentominoes : A First Player Win*, in *Game of No Chance*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.

M. Reid, *Tiling Rectangles and Half Strips with Congruent Polyominoes*, in *Journal of Combinatorial Theory, Series A*, 80, 1, 1997.