

quement de géométrie. Certains, qui calculent le volume de solides, imposent l'usage du calcul intégral, de sorte qu'on peut se demander quelles techniques étaient connues et utilisées par les Japonais. Nous examinerons plus loin cette question. D'autres tablettes proposent des équations diophantiennes, c'est-à-dire des équations algébriques dont on cherche des solutions en nombres entiers.

Aujourd'hui, les *sangaku* n'intéressent plus que quelques passionnés des mathématiques japonaises traditionnelles, et, parmi eux, Hidetoshi Fukagawa, un enseignant de lycée dans la préfecture d'Aichi (à mi-chemin entre Tokyo et Osaka). Il y a une trentaine d'années, H. Fukagawa décida d'étudier l'histoire des mathématiques japonaises, afin d'enrichir son enseignement. La mention de ces tablettes mathématiques, dans un vieil ouvrage trouvé en bibliothèque, le surprit, car il ignorait l'existence de tels objets. Depuis, H. Fukagawa parcourt le Japon à la recherche de ces tablettes et il est devenu un expert en *sangaku*, mais aussi en histoire des mathématiques japonaises traditionnelles.

Pour ses recherches, H. Fukagawa a dû apprendre le *kambun*, du chinois classique augmenté de signes qui facilitent la lecture par les Japonais. Équivalent japonais du latin, le *kambun* était la langue scientifique de la période d'Edo (1603-1867). H. Fukagawa est mis à contribution chaque fois que l'on découvre de nouvelles tablettes.

Les origines d'une tradition

Si l'origine des *sangaku* ne peut être datée avec précision, elle peut être localisée. En japonais, le mot *wasan* désigne les mathématiques développées au Japon, par opposition au *yosan*, qui désigne les mathématiques occidentales. L'histoire des mathématiques japonaises ancienne explique comment le *wasan* et la curieuse coutume du *sangaku* sont apparus.

Au milieu du VI^e siècle, le bouddhisme s'introduisit au Japon, ainsi que les mathématiques chinoises. Dès le début du VIII^e siècle, le Japon avait importé les grands classiques chinois sur l'arithmétique, l'algèbre et la géométrie. Le plus ancien de ces ouvrages est le *Chou-pei Suan-ching*, qui contient le théorème de Pythagore et la figure habituellement associée à

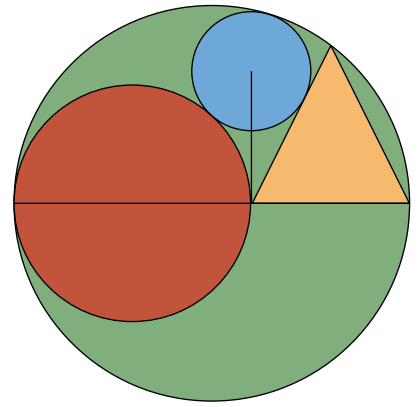
sa démonstration. Cette partie de l'ouvrage date au moins du VI^e siècle avant notre ère.

L'ouvrage intitulé *Chiu-chang Suan-shu*, qui fut le document chinois le plus important pour le développement des mathématiques japonaises, montre un état de connaissances plus avancé : il indique comment déterminer l'aire de triangles, de cercles et d'autres figures, et il résout des problèmes analogues à ceux des écoles d'aujourd'hui (Si cinq bœufs et deux moutons coûtent huit taels d'or, et si deux bœufs et huit moutons coûtent huit taels, combien coûte chaque animal?). La majeure partie de l'ouvrage fut certainement rédigée au III^e siècle avant notre ère : ainsi ce document serait le plus ancien à mentionner des nombres négatifs et à étudier une équation du second degré (certains historiens des mathématiques pensent toutefois que les Égyptiens avaient abordé les équations du second degré dès le troisième millénaire avant notre ère).

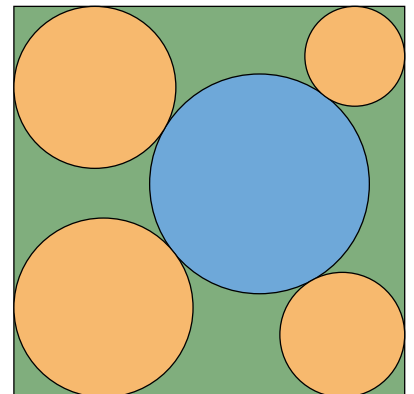
Malgré l'apport chinois, les mathématiques ne prirent pas racine au Japon. Le pays connut même une période d'obscurantisme quand l'Europe occidentale vivait son Moyen Âge. Comme les églises et les monastères européens, les temples bouddhistes devinrent les seuls centres culturels, même si les mathématiques ne semblent pas y avoir joué un rôle majeur. Durant le shogunat des Ashikaga (1338-1573), le Japon n'avait plus d'expert en division.

Les mathématiques japonaises ne naquirent véritablement qu'au début du XVII^e siècle. Un certain Shigeyoshi Mori fut particulièrement productif aux alentours de 1600. Bien qu'une seule de ses œuvres – un simple opuscule – nous soit parvenue, on sait qu'il développa le calcul sur le *soroban*, le boulier japonais, et fit connaître ce type de calcul dans le pays.

Un de ses élèves, Mitsuyoshi Yoshida (1598-1672), a laissé un ouvrage important. Ce document intitulé *Jinko-ki* (littéralement, «Des nombres grands et petits») fut publié en 1627. Il traite également du calcul sur le *soroban*, et son influence fut telle que son titre fut longtemps synonyme d'arithmétique : les mathématiciens japonais s'intéressèrent plus au calcul qu'à la logique. Mori et Yoshida furent ainsi les pères des mathématiques japonaises.



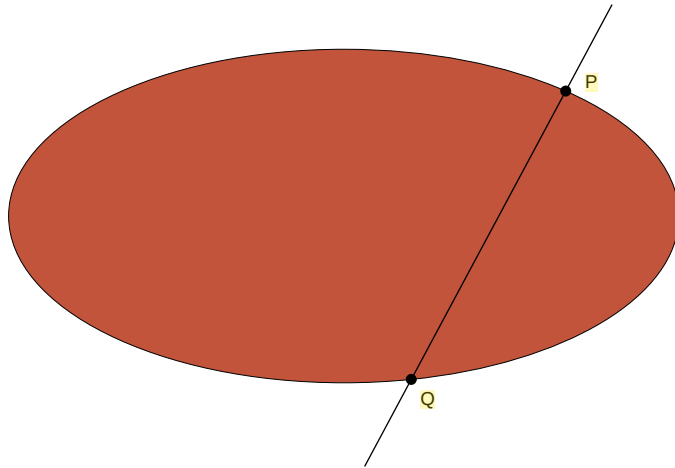
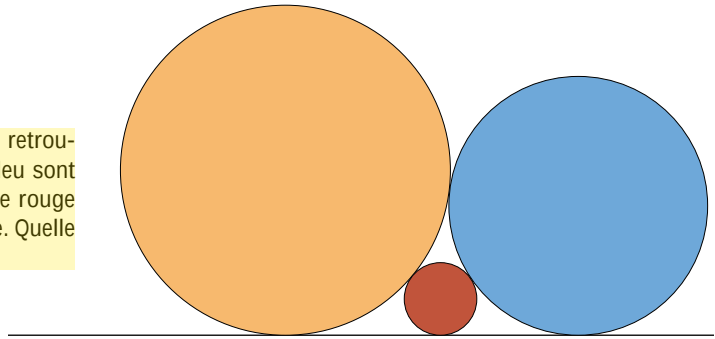
Dans ce problème, qui provient d'un *sangaku* datant de 1803 et trouvé dans la préfecture de Gumma, la base d'un triangle isocèle repose sur un diamètre du grand cercle vert. En outre, ce diamètre partage en deux le cercle rouge intérieurement tangent au cercle vert et en contact avec le sommet du triangle. Le cercle bleu est tangent au triangle et au cercle rouge, et intérieurement tangent au cercle vert. Un segment de droite relie le centre du cercle bleu au point de contact du cercle rouge et du triangle. Montrer que ce segment est perpendiculaire au diamètre du cercle vert.



Ce problème provient d'une tablette de 1874 trouvée dans la préfecture de Gumma. Un grand cercle bleu se trouve dans un carré. Quatre petits cercles orange, de rayons différents, sont tangents d'une part au cercle bleu, d'autre part aux côtés du carré. Quelle relation unit les rayons des quatre cercles et le côté du carré (indication : ce problème peut se résoudre par le théorème de Casey, qui donne la relation entre quatre cercles tangents à un cinquième cercle ou à une droite)?

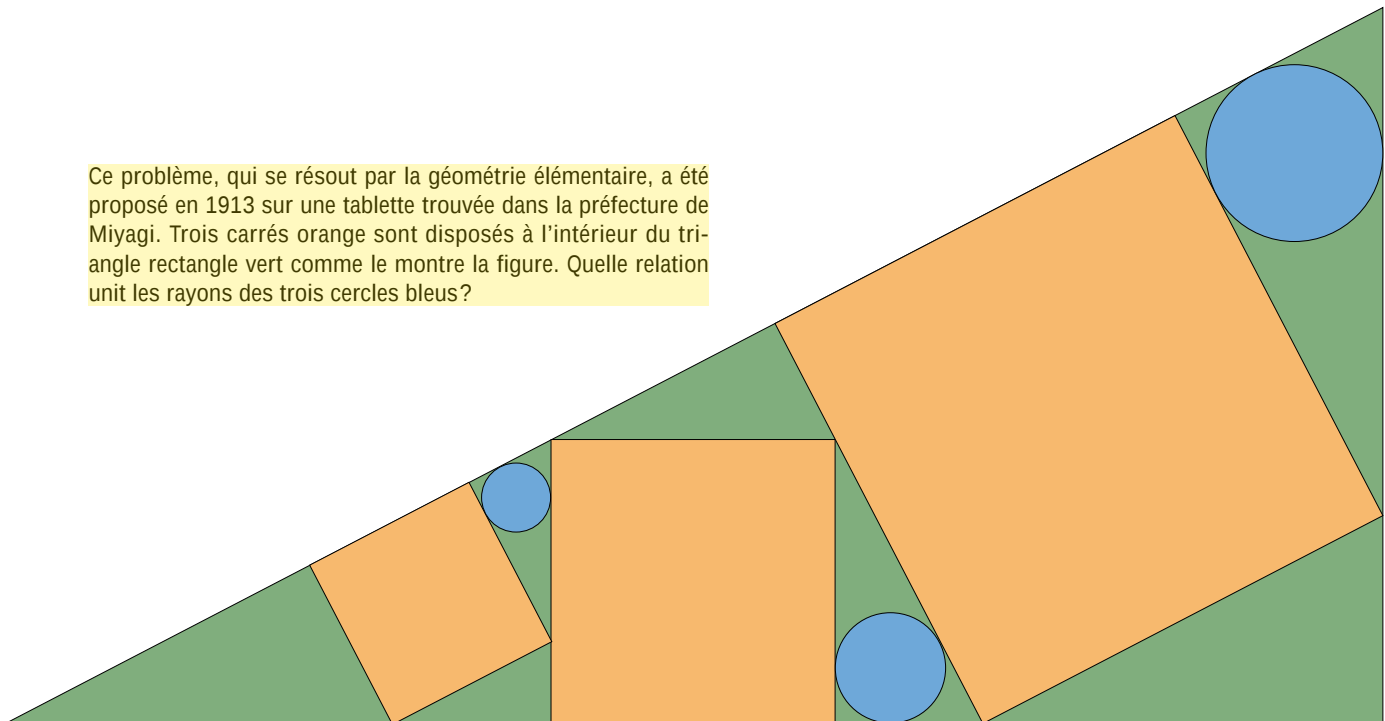
Quelques problèmes de *sangaku* dans le plan (les réponses sont données en page 58).

Ce problème simple figurait sur une tablette datant de 1824, retrouvée dans la préfecture de Gumma. Les cercles orange et bleu sont tangents et tous deux tangents à une droite. Le petit cercle rouge est tangent aux deux premiers cercles et à cette même droite. Quelle relation unit les rayons des trois cercles ?



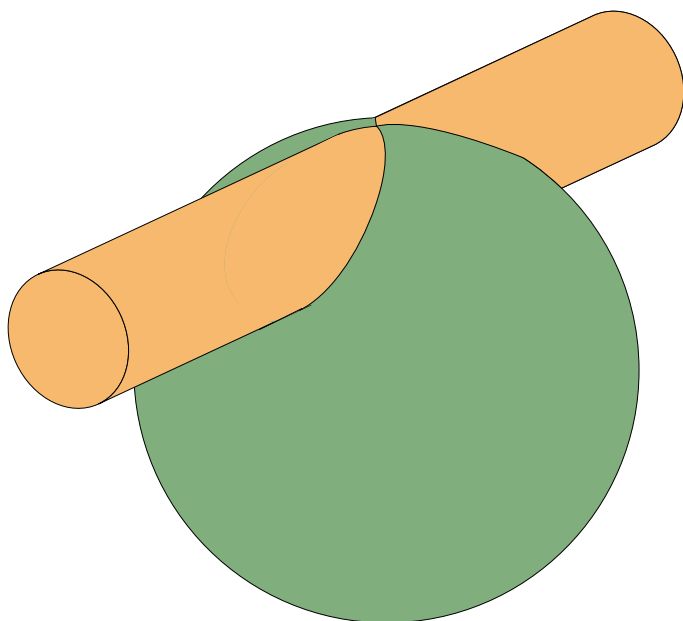
Ce problème fut consigné en 1912 sur une tablette conservée dans la préfecture de Miyagi. Par un point P d'une ellipse, on trace la normale à l'ellipse, et l'on nomme Q l'intersection de cette normale avec l'autre côté de l'ellipse. Quelle est la valeur minimale de PQ ? Ce problème semble simple : la valeur minimale de PQ est le petit axe de l'ellipse. Ce n'est toutefois la solution que si $b < a \leq \sqrt{2}b$, où a et b sont respectivement le grand axe et le petit axe de l'ellipse. En fait, la tablette ne donne pas cette solution, mais une autre, correspondant à $2b^2 < a^2$.

Ce problème, qui se résout par la géométrie élémentaire, a été proposé en 1913 sur une tablette trouvée dans la préfecture de Miyagi. Trois carrés orange sont disposés à l'intérieur du triangle rectangle vert comme le montre la figure. Quelle relation unit les rayons des trois cercles bleus ?



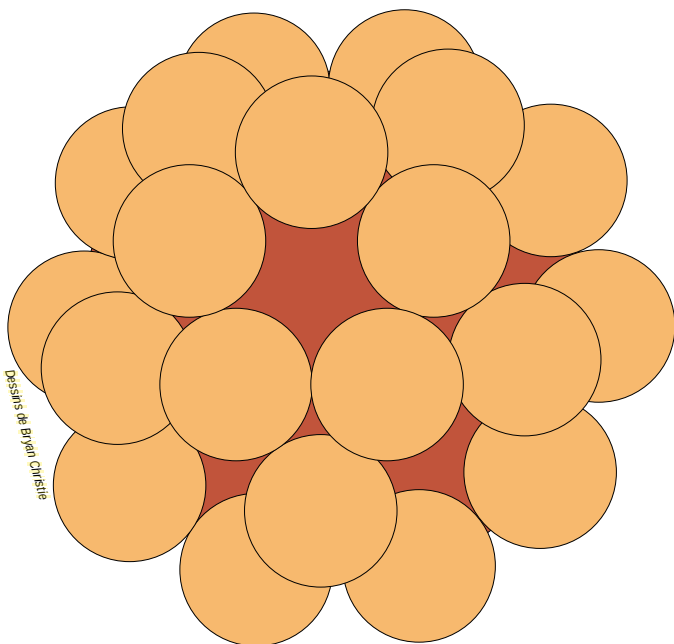
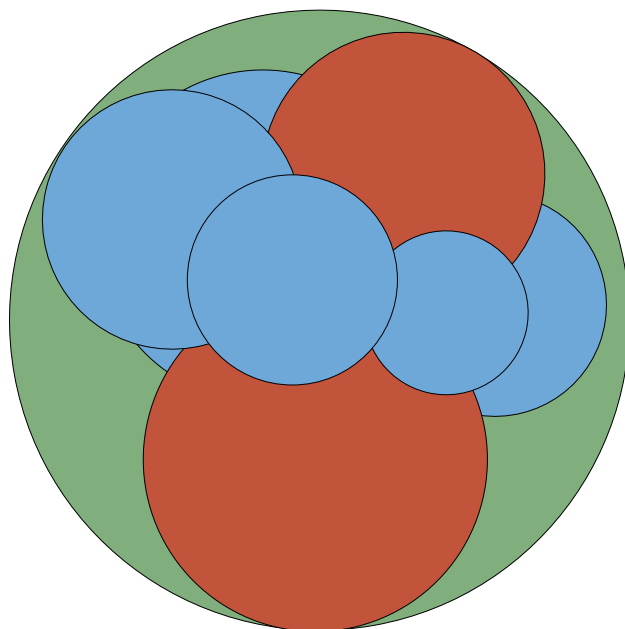
Dessins de Bryan Christie

Quelques problèmes dans l'espace



Ce problème, provenant d'un *sangaku* de 1825, fut probablement résolu à l'aide de l'*enri*, ou principe du cercle dans les mathématiques japonaises. Un cylindre coupe une sphère tout en étant intérieurement tangent à cette sphère. Quelle est l'aire de la surface du cylindre contenue dans la sphère ?

Ce problème était mentionné sur une tablette de 1822, retrouvée dans la préfecture de Kanagawa. Il anticipe de plus d'un siècle un théorème de Frederick Soddy, le chimiste britannique qui, avec Ernest Rutherford, découvrit la transmutation des éléments chimiques. Deux sphères rouges tangentes entre elles sont intérieurement tangentes à la grande sphère verte. Un «collier» de sphères bleues plus petites et de tailles différentes entoure le point de tangence des deux sphères rouges. Les sphères bleues du collier sont deux à deux tangentes, tangentes aux sphères rouges et tangentes à la sphère verte. Quel est le nombre des sphères bleues ? Quelle relation unit les rayons des sphères bleues ?



Hidetoshi Fukagawa fut si fasciné par ce problème, qui date de 1798, qu'il en a construit un modèle en bois. Soit une grande sphère entourée de 30 petites sphères identiques, chacune tangente à ses quatre voisines et à la grande sphère. Quelle relation unit le rayon de la grande sphère et celui des petites sphères ?

Dessins de Bryan Christie