

Mélange et désordre figé

ÉTIENNE GUYON • JEAN-PIERRE HULIN

*Deux liquides se mélangent quand ils traversent un solide poreux.
Inversement, les solides poreux peuvent aussi séparer des mélanges.
La physique explore les raisons de ces différences.*

Devant la gare de Dijon, la grande place Henry Darcy rappelle la mémoire de l'ingénieur en chef du corps des Ponts qui, entre 1834 et 1842, met en place le réseau d'alimentation en eau de cette ville. Il en fait alors la ville la plus propre de France, avec une consommation en eau de 200 litres par jour rapportés à chacun des 30 000 habitants de l'époque.

Dijon est traversé par le Suzon, qui, lit-on dans un écrit du XVIII^e siècle, «se mouvait dans un lit de roc pourry, entremêlé de sable mouvant». En appendice d'un article sur «les fontaines publiques de la ville de Dijon», Darcy mentionne ce lit poreux du Suzon et il exprime la loi de l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux. Son nom est resté attaché à cette loi (voir la figure 2).

Bien des problèmes que Darcy se posait sont encore ouverts et d'actualité. Ils se présentent sous des formes variées : comment des polluants déchargés accidentellement se mélangent-ils aux eaux souterraines et à quelle vitesse se dispersent-ils ? Comment évaluer la sécurité d'un site de stockage de déchets chimiques ou radioactifs ? Comment récupérer efficacement un polluant (ou du pétrole) dans le sous-sol ? Nous verrons plus loin que d'autres questions, apparemment disjointes, sont pourtant très proches : comment mélanger les constituants visqueux d'un mélange ou d'une pâte ? Comment séparer les éléments d'un mélange chimique ?

La réponse à ces questions impose des études en laboratoire et des tests pratiques des théories : l'écoulement désordonné d'un liquide dans un réseau complexe de canaux, à l'intérieur du sol ou d'une roche poreuse, mélange souvent les espèces entraînées par le liquide. De même, certains

mélangeurs industriels, sans aucune pièce mobile, contiennent un ensemble de cloisons qui imposent au fluide un écoulement analogue à celui qui aurait lieu dans une roche poreuse ; les espèces à mélanger sont divisées en fines lanières qui s'entremêlent. Comment optimiser de tels systèmes ?

Nombre de ces questions simples restent ouvertes. Nous verrons toutefois que certains écoulements que l'on inverse renseignent sur la structure des milieux poreux. D'autre part, la compréhension des phénomènes d'hydrogéologie tire également parti d'expériences de laboratoires sur des milieux stratifiés ou de porosité particulière. On ne pourra vraiment interpréter les écoulements observés dans le sous-sol que lorsque les mécanismes de base auront été analysés finement par de telles expériences.

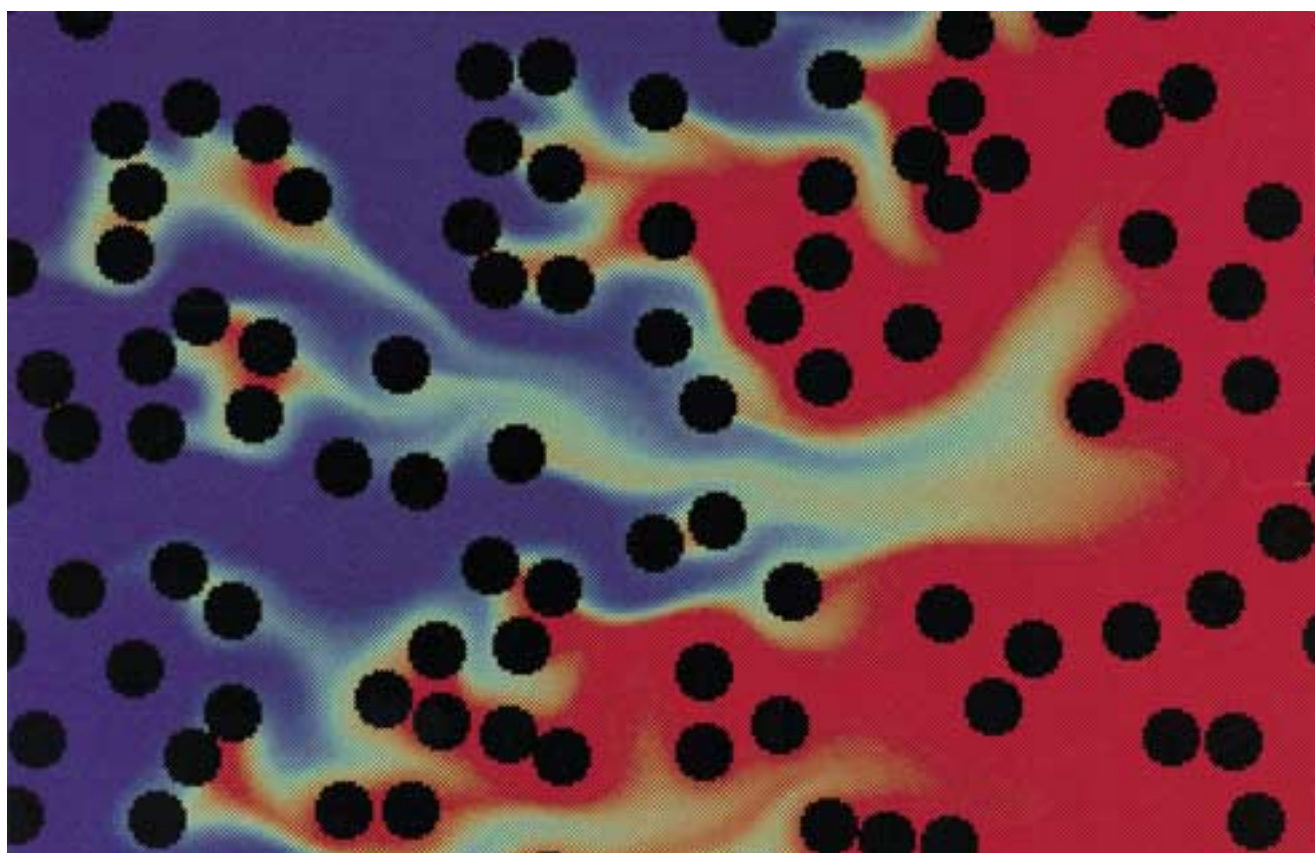
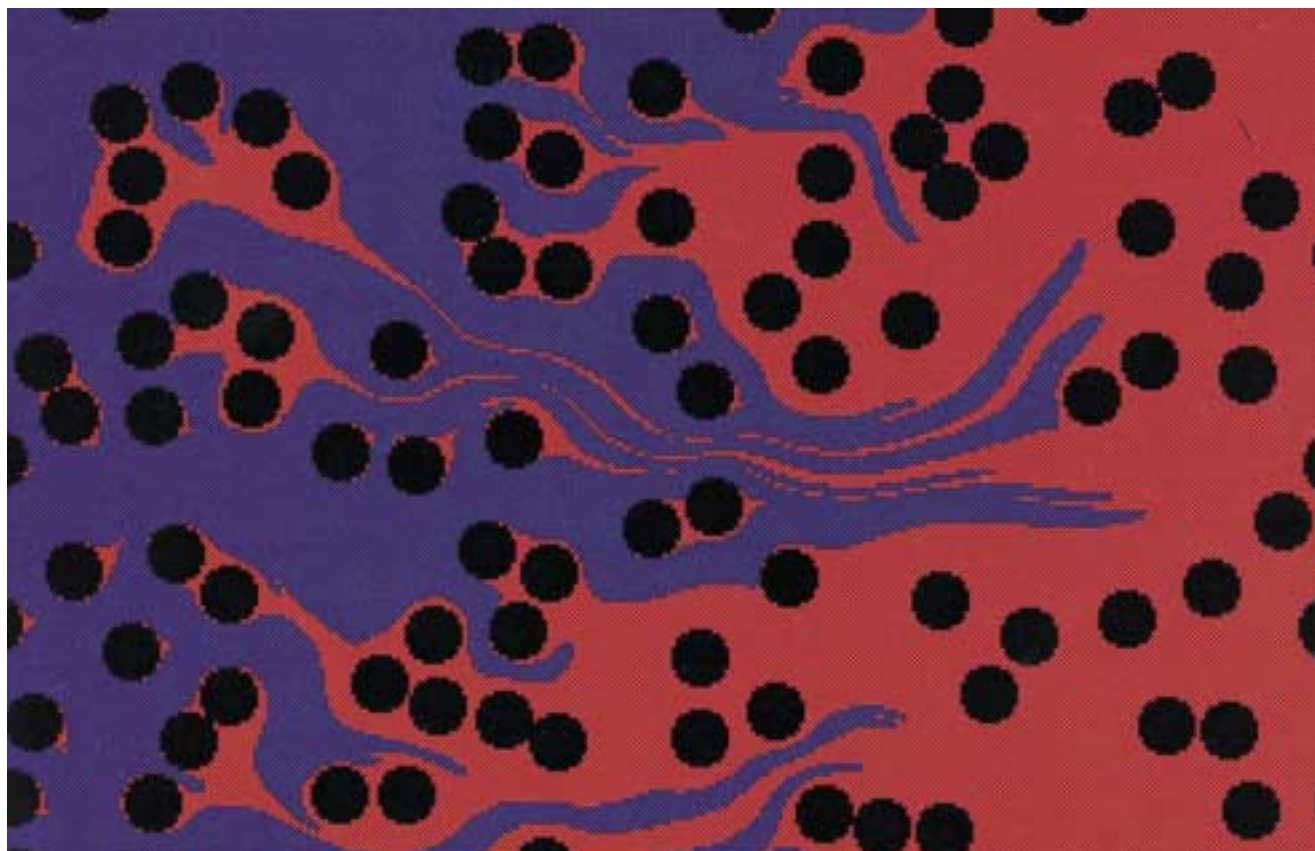
Enfin le mélange n'est pas le seul effet que produit la traversée d'un solide poreux : ce passage peut, au contraire, séparer des espèces et produire une eau pure. C'est ce que réalisent les bons filtres, qui ne sont que des matériaux poreux particuliers : ils arrêtent les particules trop grosses pour passer dans les pores, ou les molécules qui se lient aux parois. Les chimistes séparent ainsi les molécules dissoutes dans les solvants à l'aide de colonnes de chromatographie, où un empilement de grains aux propriétés chimiques particulières retient différemment les divers constituants : au lieu d'être arrêtés, comme dans un filtre, ces constituants sont plus ou moins retardés, selon l'intensité de leurs interactions avec les grains. L'examen des mécanismes de mélange et de séparation montre en quoi ces deux phénomènes sont bien des frères ennemis.

Diffusion et convection

Le mécanisme physique qui mélange le plus intimement deux matériaux est la diffusion moléculaire : dans un bol de café, ajoutons un peu de lait ; même si nous déposons celui-ci précautionneusement, dans un coin du bol, l'agitation naturelle des molécules assure le mélange. Cette diffusion moléculaire agit très lentement, car les trajectoires des molécules sont erratiques : les molécules se propagent en ligne droite jusqu'à ce qu'elles heurtent d'autres molécules ou la paroi du récipient qui les contient ; elles rebondissent et repartent en ligne droite, et ainsi de suite. En raison de cette progression en zigzag, les molécules s'éloignent très lentement du point où on les a placées. La distance atteinte augmente seulement comme la racine carrée du temps écoulé : une molécule met 100 fois plus de temps pour aller seulement dix fois plus loin ! Et une molécule d'eau, dans la tasse à café, ne franchit le rayon de la tasse qu'en plusieurs centaines d'heures, quand elle n'est mue que par l'agitation moléculaire.

Pourtant, ce mécanisme est essentiel, à la fin de tout mélange, car c'est le seul qui reste efficace jusqu'aux distances moléculaires. Quand on a mélangé macroscopiquement deux liquides au point de former des zones de petite taille composées des deux liquides, la diffusion parachève le mélange.

C'est ainsi que, pour obtenir rapidement un café au lait homogène, on agite le contenu du bol à l'aide d'une cuiller. Le mouvement désordonné du liquide, nommé convection, étire chaque goutte de lait, réduit ses dimensions transverses et favorise ensuite le mélange par diffusion moléculaire avec le café environnant. La séquence d'opérations ressemble beaucoup à celle qu'ef-



N. Marty, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Maryland

1. DANS UN MILIEU POREUX, l'écoulement d'un liquide est fortement modifié par la diffusion moléculaire. N. Marty, du Bureau américain de normalisation, a simulé un écoulement d'un liquide bleu (circulant de gauche à droite) dans un liquide rouge qui emplissait initialement un solide poreux. Les plots noirs représentent les parties solides du

matériau poreux. Leur répartition aléatoire divise le liquide bleu en filets désordonnés. En l'absence de diffusion moléculaire (*en haut*), le liquide bleu se divise en lanières qui ne se mélangent pas parfaitement au liquide rouge. En présence de diffusion moléculaire (*en bas*), les divers filets se mélangent transversalement.

fectuent les boulangers quand ils pétrissent le pain : ils étirent et replient la pâte à plusieurs reprises, afin de disperser les levures responsables de la fermentation. Dans un liquide, le mélange est partout efficace si ces séquences s'opèrent de façon aussi désordonnée que possible : si l'on tournait lentement, toujours dans le même sens, sans induire d'échange entre le fond et la surface du bol, on risquerait de conserver de grandes zones non mélangées.

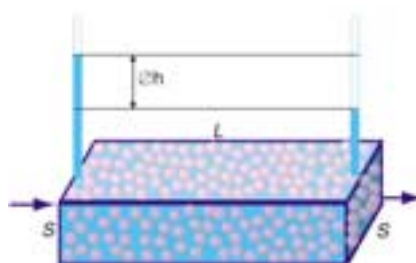
Étirement et repliement, mouvements désordonnés turbulents : voilà les ingrédients qui permettront un mélange intime final, par diffusion. Ces opérations sont efficaces quand le mélange a été optimisé selon la nature et les propriétés des constituants à mélanger : c'est le travail de l'ingénieur de génie des procédés ou du responsable de l'environnement dans l'industrie.

Du café aux poreux : le mélange figé

Toutefois, dans de nombreuses situations expérimentales, tels les mélanges de pâtes ou les écoulements lents dans les sols poreux, la turbulence est absente. Dans un matériau poreux, par exemple, la vitesse d'un liquide en chaque point ne varie pas, au cours du temps, car les frottements visqueux du liquide contre le solide régularisent les écoulements, amortissant quasi instantanément les fluctuations de vitesse qui engendrent la turbulence dans les écoulements libres.

Le mélange qui s'opère quand on injecte dans un tel milieu deux liquides ensemble, ou l'un après l'autre, est «figé». La répartition des vitesses n'évolue pas au cours du temps, mais cette vitesse du liquide diffère selon les points : les éléments de fluide subissent ainsi des déformations analogues à celles qui résultent des opérations d'étirement et de repliement dans les écoulements turbulents.

Caractériser et comprendre les mélanges dans les milieux poreux est nécessaire pour nombre d'applications. Par exemple, les hydrogéologues chargés du contrôle de la qualité de l'eau qui circule dans les nappes phréatiques doivent évaluer si des déchets chimiques ou radioactifs déposés au voisinage des nappes sont entraînés vers celles-ci. Ainsi, il y a une dizaine d'années, à la suite d'un accident de la route, un camion citerne avait perdu plusieurs mètres cubes de tétrachlorure de carbone dans la plaine d'Alsace. Quelques



2. HENRY DARCY, ingénieur en chef du corps des Ponts, alimenta en eau la ville de Dijon, au début du XIX^e siècle. À cette fin, il utilisa un cours d'eau qui traversait la ville dans un massif rocheux poreux, et il énonça la loi qui porte aujourd'hui son nom : le débit d'écoulement d'un liquide dans un solide poreux est proportionnel à la différence de pression entre l'entrée et la sortie du milieu, à la section S , et inversement proportionnel à la longueur L de matériau traversé et à la viscosité du liquide ; le coefficient de proportionnalité est la perméabilité du milieu. Elle se mesure... en darcys.

années plus tard, ce composé fut détecté dans des puits profonds d'une centaine de mètres, à plusieurs kilomètres en aval. Dans une polémique juridique qui dure encore, il fut argué que la pollution provenait non de cet accident, mais d'une usine située à proximité. La résolution du conflit nécessite que l'on modélise les conditions de transport des déchets, leur vitesse de migration et leur trajectoire en fonction de la nature du sol.

Une expérience classique de laboratoire reproduit de tels phénomènes dans de petits échantillons : on fait d'abord couler à vitesse moyenne constante V un liquide dans un cylindre poreux, tel un échantillon de roche ou de sol ; puis, pendant un court instant, on ajoute à l'entrée du solide une substance qui ne modifie pas l'écoulement et n'interagit pas avec le solide (colorant, composé fluorescent, traceur radioactif, etc.). On choisit cette substance afin d'en détecter la sortie à l'extrémité de l'échantillon poreux et de mesurer les variations de sa concentration au cours du temps.

Le traceur parcourt l'échantillon en un temps moyen de l'ordre de L/V , où L est la longueur du solide poreux. Toutefois, même si l'injection du traceur est brève, les molécules ne séjournent pas toutes pendant le même temps dans l'échantillon : à la sortie d'un matériau homogène, la courbe qui représente la concentration du traceur en fonction du temps a approximativement la forme d'une courbe en cloche, nommée courbe gaussienne. Cet étalement associé à un écoulement est nommé dispersion.

Pourquoi l'étudier alors qu'on s'intéresse aux mélanges ? Parce que le colorant qui se disperse dans le fluide environnant se mélange à lui : le volume où s'effectue ce mélange grossit au cours du temps, en raison du phénomène de dispersion.

Dans cette première expérience, nous avons supposé que la concentration en traceur était uniforme dans une section de l'échantillon poreux : nous n'avons examiné l'étalement que dans la direction de l'écoulement moyen, ce que l'on nomme la dispersion longitudinale. Si nous déposons maintenant une petite goutte de traceur au milieu de l'écoulement, nous voyons celle-ci s'étaler aussi bien dans la direction perpendiculaire à l'écoulement que parallèlement à celui-ci, mais de façon différente ; pour un fluide qui s'écoule dans un solide poreux, la

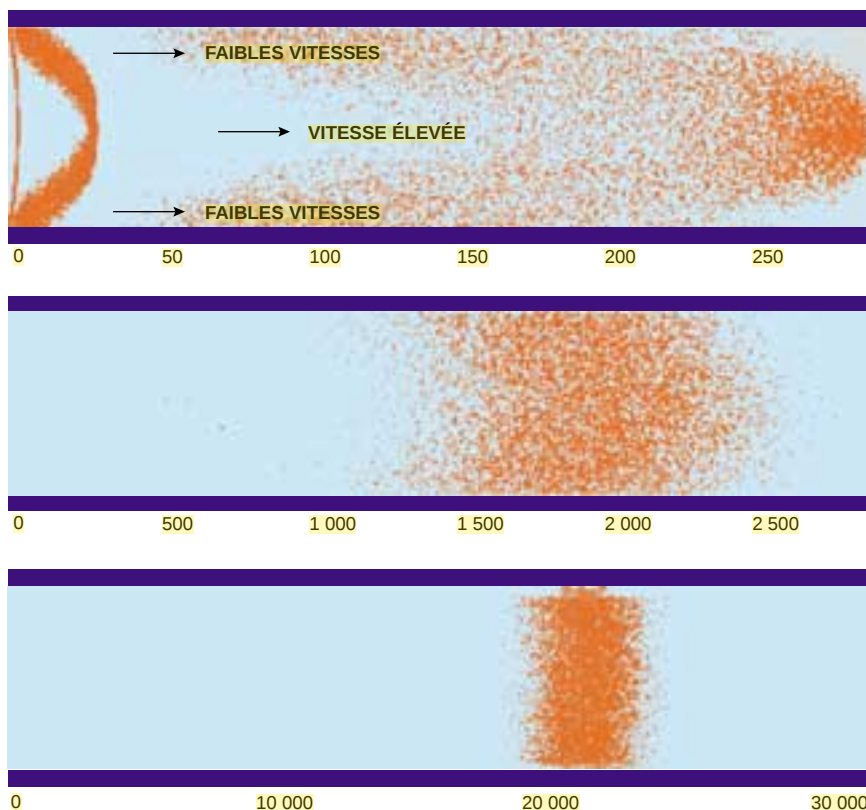
dispersion longitudinale diffère de la dispersion transverse, tandis que, dans les fluides simples, la diffusion moléculaire est identique dans toutes les directions (elle est «isotrope»). Dans le premier cas, une goutte sphérique de traceur s'allonge dans la direction de l'écoulement, tandis que, dans le second cas, elle reste sphérique.

La dispersion au microscope

Pourquoi cette différence? Afin d'en identifier la cause, utilisons un milieu transparent et un microscope qui permette une observation à l'échelle des pores. En pratique, nous employons un solide poreux composé de grains de verre entassés (du verre pilé, par exemple), où nous faisons passer un liquide transparent de même indice de réfraction que le verre. Le milieu, alors transparent, permet de suivre une tache de colorant. Un peu comme un bouchon à la surface d'un torrent hérissé de nombreux obstacles rocheux, une molécule du traceur entraînée par le liquide accélère, ralentit, est déviée en tous sens...

La figure 1 montre une simulation numérique à deux dimensions de cette expérience : les grains solides du matériau poreux sont représentés sous la forme de plots circulaires. Un fluide coloré est déplacé par un autre fluide d'une couleur différente : le front initialement plan prend une forme de plus en plus complexe, à mesure que les fluides traversent les pores et contournent les grains. On voit notamment le fluide envahissant se diviser en filets étroits, qui sont souvent vite étalés latéralement par l'effet de la diffusion moléculaire, si l'écoulement n'est pas trop rapide.

Si nous nous déplaçons à la vitesse moyenne imposée au liquide, nous verrions que tout se passe comme si chaque particule de fluide effectuait une marche au hasard dans l'échantillon : elle va parfois vers l'avant (plus vite que la vitesse moyenne), vers l'arrière (moins vite que le reste du liquide), tout à fait comme des molécules ayant un mouvement d'agitation thermique. Cette marche au hasard qui se superpose à un déplacement d'ensemble explique la différence des temps de traversée du milieu (on a le même effet pour un ensemble d'ivrognes qui s'éloigneraient d'un café, en effectuant chacun une série de pas de directions imprévisibles et indépendantes).



3. UNE LIGNE VERTICALE DE COLORANT injectée dans un tube fin se disperse par un mécanisme hydrodynamique identifié par le physicien britannique Geoffrey Ingram Taylor. L'image supérieure montre trois états de la ligne, déformée par l'écoulement du liquide, à des temps successifs 1, 10 et 100 (mesurés en nombre de pas de la simulation numérique). Les autres images, à des échelles différentes, montrent l'étalement à des temps respectivement 1 000 et 10 000. La différence d'échelle horizontale entre les trois figures donne l'impression que l'étalement diminue, mais la goutte continue de s'étaler (comme la racine carrée de la distance parcourue).

Si l'on injecte initialement une goutte de colorant dans un solide poreux et si on laisse le liquide circuler suffisamment, la distribution des distances parcourues par le traceur prend une forme de courbe gaussienne, comme si la goutte s'étalait par diffusion moléculaire dans un volume de fluide immobile. Cependant cette répartition gaussienne n'apparaît qu'après un nombre suffisant de changements de direction, c'est-à-dire après un nombre suffisant de pas dans la marche au hasard. Au tout début du processus, quand la distance de déplacement est inférieure à la taille d'un pore, la répartition des distances résulte simplement de la répartition des vitesses dans l'écoulement.

L'existence de ces deux régimes est illustrée par une expérience récente de Jacques Leblond et de Luc Lebon, à l'École supérieure de physique et de chimie de Paris : à l'aide d'une technique de résonance magnétique nucléaire, ils suivent le déplacement des molécules d'un liquide sur une distance comprise entre une faible

fraction de la taille de pore et quelques tailles des pores. Quand le temps de mesure est plus court que le temps moyen de parcours d'un pore par le liquide, la mesure révèle la distribution des vitesses dans les canaux. Lorsque le trajet moyen devient de l'ordre d'une dizaine de diamètres de pore, la répartition des vitesses est presque gaussienne, et centrée sur la distance parcourue à la vitesse moyenne dans l'échantillon. Enfin, aux déplacements intermédiaires (deux pores environ), la courbe que représente le nombre de molécules en fonction de la vitesse présente deux bosses : les particules les plus rapides ont parcouru plusieurs diamètres de pores et ont eu des vitesses très différentes, mais les plus lentes sont restées piégées à l'intérieur du canal où elles étaient initialement.

Ces expériences expliquent ainsi l'existence des deux dispersions longitudinale et transverse. La différence quantitative entre ces deux dispersions, qui résulte de l'anisotropie du problème, reste toutefois un problème ouvert.