

Des capillaires de Poiseuille à ceux de Taylor

Une autre forme de dispersion dans les solides poreux a une origine hydrodynamique. Les travaux du médecin Jean-Louis Poiseuille, au XIX^e siècle, ont montré que, dans un tube de diamètre suffisamment petit pour que la turbulence soit absente, un vaisseau sanguin de faible diamètre, par exemple, la vitesse est nulle aux bords du tube et maximale au centre.

Ce phénomène provoque un étalement longitudinal d'un segment de colorant injecté dans l'écoulement et initialement localisé suivant un diamètre du tube : en l'absence de diffusion moléculaire, la ligne de colorant dessine une parabole qui s'étire au cours du temps.

L'effet d'étiement longitudinal par les différences de vitesse est cependant contrebalancé en partie par la diffusion moléculaire dans la direction perpendiculaire à l'écoulement, qui tend à homogénéiser la distribution du colorant dans la section du tube. La figure 3 montre ainsi le résultat du jeu combiné de ces deux effets. Aux temps courts (*figure supérieure*), le profil parabolique s'étale de plus en plus transversalement sous l'effet de la diffusion. Il disparaît aux temps assez longs, et la concentration en colorant le long du tube devient une gaussienne. De plus, la largeur de cette gaussienne augmente proportionnellement à la racine

carrée du temps, comme pour les autres mécanismes que nous avons examinés. D'une image à l'autre, les distributions paraissent de plus en plus étroites, car la largeur augmente plus lentement que le temps de trajet.

Où est la marche au hasard, dans ce problème ? La durée d'un pas de marche au hasard est ici le temps que met une molécule de fluide (ou de traceur) pour « oublier » sa vitesse à un instant donné. Dans ce cas, c'est le temps qu'il faut pour que, par diffusion transverse à l'écoulement, les molécules aillent du centre de l'écoulement jusqu'au bord ou inversement.

À l'Université de Cambridge, le grand mécanicien des fluides Geoffrey Ingram Taylor, qui avait aussi réalisé les premières études du mélange dans des tubes capillaires, a montré que le coefficient de dispersion hydrodynamique qui caractérise cet étalement est inversement proportionnel à la diffusion moléculaire : la dispersion est d'autant plus forte que la diffusion est faible.

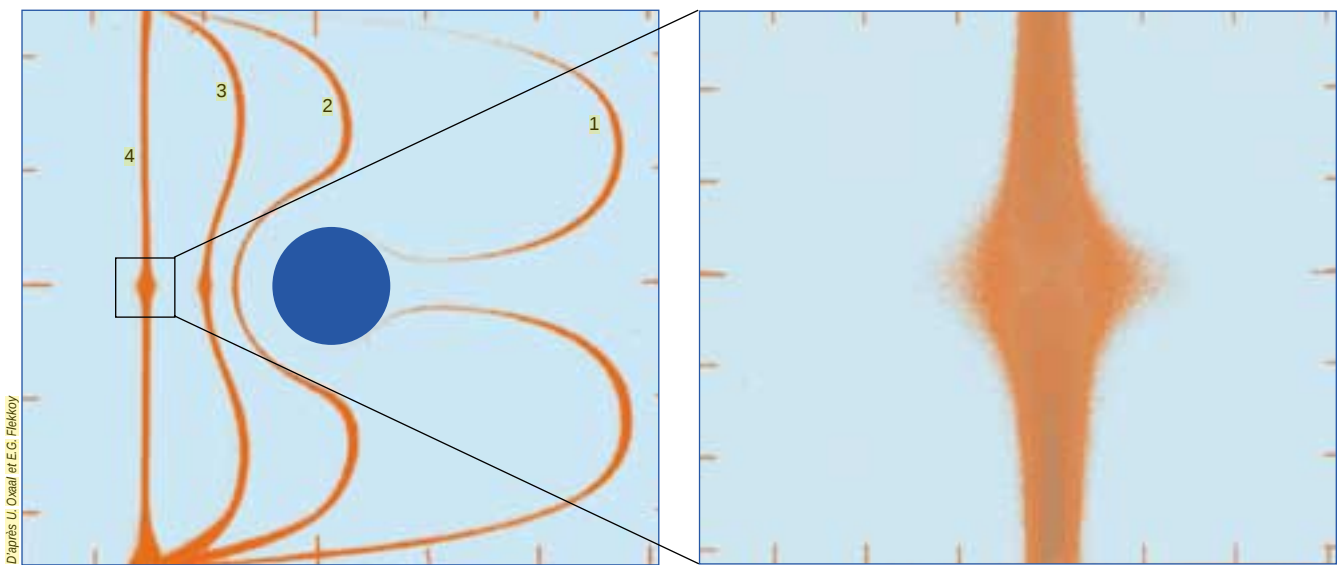
Dans les cas précédemment examinés, la diffusion, prenant le relais de la convection aux petites distances, favorise l'étalement. Dans le cas présent, si la diffusion moléculaire est très efficace, elle fera sans cesse passer les molécules de colorant de la proximité des parois vers la partie centrale du tube : l'effet sur l'étalement des vitesses créé par l'effet Poiseuille sera très limité. En revanche, si la diffusion moléculaire est faible, les particules de traceur

resteront longtemps à une même distance de l'axe. L'étiement produit par le profil parabolique de vitesse, et la dispersion, seront importants.

Cette dispersion de Taylor intervient dans de nombreux phénomènes naturels, telle l'homogénéisation du sang dans les artères. Elle intervient beaucoup moins dans les milieux poreux habituels, à trois dimensions, tels des empilements de grains : si l'on trouve encore des profils proches de celui de Taylor à l'intérieur des canaux d'écoulement, les trajectoires des particules fluides sont plus complexes quand on passe d'un canal à l'autre, et ne suivent plus nécessairement les parois. Les molécules de fluides qui arrivent à un embranchement peuvent choisir l'une ou l'autre des branches ; au cours de ce parcours, une molécule qui se déplace rapidement, parce qu'elle est au centre d'un écoulement, dans un pore, peut se retrouver contre la paroi, dans le pore suivant, où elle se déplace alors lentement (*voir la figure 5*). L'effet du profil Poiseuille est limité à la longueur d'un canal et s'en trouve donc très diminuée.

Dans les roches

Les mécanismes que nous avons considérés sont surtout valables pour de petits échantillons relativement homogènes. En analysant la dispersion, on obtient alors des informations sur la structure à petite échelle des milieux poreux.



4. UNE LIGNE DE COLORANT injectée dans un écoulement (de gauche à droite) a été déformée par un cylindre (en bleu foncé) d'axe perpendiculaire au plan de la figure (1). Quand on inverse le sens de l'écoulement, après quelque temps, la ligne (en rouge) reprend progressivement sa forme initiale (positions successives

2, 3, 4), à l'exception de la partie centrale, qui a été étirée davantage et sur laquelle l'influence de la diffusion moléculaire a été supérieure : les molécules de colorant s'étant mélangées aux molécules du fluide sur une distance supérieure, le mélange a été notable.

Toutefois l'observation d'une coupe de terrain, sur le bord d'une autoroute, montre que le sol est rarement homogène : il est souvent constitué de bandes qui résultent d'accumulations successives de sédiments. Les propriétés varient fortement d'une zone à l'autre, et des liquides s'écoulent dans les diverses couches à des vitesses différentes. La dispersion diffère alors beaucoup de celle dans un milieu poreux homogène.

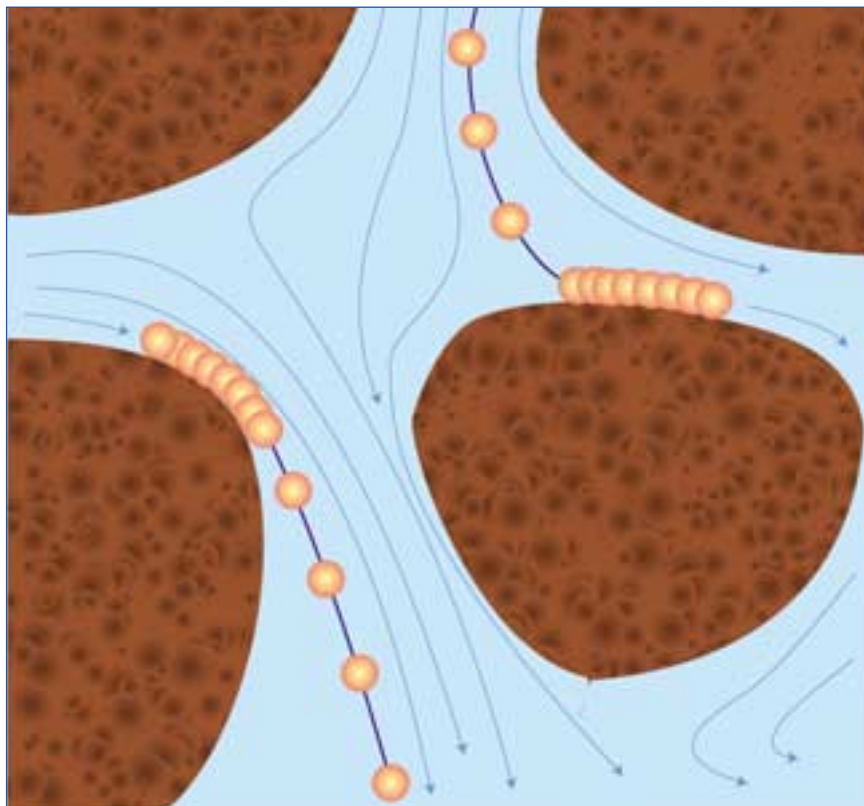
Notamment la loi de dispersion gaussienne s'applique rarement. Parfois un polluant se propage beaucoup plus vite qu'on ne le prévoyait. C'est le cas quand il existe des canaux de forte perméabilité, où l'écoulement est beaucoup plus rapide que l'écoulement moyen, comme dans les massifs calcaires où des dissolutions créent des zones où l'écoulement est direct. Parfois, au contraire, un polluant reste piégé très longtemps dans des poches contenant du liquide au repos, et il n'est relargué que bien après le temps moyen de transit. On parle dans ces deux cas de dispersion anormale.

Les descriptions précédentes ne s'appliquent donc plus que par morceaux dans ces situations pratiques de terrain, et les résultats globaux diffèrent généralement du modèle de dispersion gaussienne classique. Notamment, pour de longs trajets dans ce type de milieu, les coefficients de dispersion calculés (le rapport du carré de l'étalement au temps d'écoulement) augmentent avec la distance.

On comprend ces effets à partir du cas très simple d'un écoulement parallèle à des nappes poreuses, telles que la perméabilité varie de tranche en tranche. L'écoulement est le plus rapide là où la perméabilité est supérieure. Si l'on injecte ainsi un traceur dans un milieu formé de deux strates parallèles en contact, où l'eau s'écoule à des vitesses différentes V_1 et V_2 , la différence des distances parcourues après un temps donné (elle représente l'étalement du traceur) augmente proportionnellement au temps et non plus à la racine du temps comme dans un poreux homogène. Un tel processus résulte d'une convection à différentes vitesses d'une couche à l'autre.

Mélanges et instabilités

Il n'y a d'ailleurs pas besoin d'avoir des couches de terrain différentes pour créer des écoulements variables par



5. DES MOLÉCULES qui se déplacent rapidement, au centre de l'écoulement dans un pore (en haut), parce qu'elles se trouvent au centre de l'écoulement, peuvent être ralenties, dans le pore suivant, au contact d'un grain. Inversement, des molécules qui se déplaçaient lentement (en bas à gauche), peuvent accélérer. L'effet de dispersion de Taylor n'a donc pas le temps de s'établir.

tranche. Imaginons le cas d'un milieu poreux rempli d'un liquide A que l'on pousse en injectant à la suite un second liquide B miscible au premier. Les deux liquides se mélangent localement, et la frontière nette entre les deux liquides est remplacée par une zone intermédiaire dont l'épaisseur croît lentement au cours de l'écoulement. Cependant, si le liquide A est plus visqueux que le liquide B et si l'injection est rapide, alors le liquide B pénètre beaucoup plus rapidement sous la forme de doigts dans le milieu A qui le précède : de tels effets de digitation sont classiques en mécanique des fluides et résultent de l'instabilité du front entre les deux liquides. Une fois un doigt formé, la dispersion transversale au doigt favorise naturellement le mélange, comme dans la dispersion de Taylor. L'interpénétration pourra être inégale : lorsqu'un doigt prend de l'avance, il limite la croissance des autres.

Une autre instabilité, favorisant également le mélange, intervient quand deux couches liquides superposées s'écoulent horizontalement dans un matériau poreux. Normalement le front

de séparation s'élargit uniquement en raison de la dispersion transversale à l'écoulement, mais, si le liquide supérieur est plus dense que le liquide inférieur, la gravité tend à faire redescendre le premier liquide en doigts et à faire monter le second. L'effet de la dispersion transversale est notablement amplifié par un tel échange.

Notons cependant que de telles instabilités produisent une interpénétration des fluides sous la forme de doigts d'assez grandes dimensions, mais ne permettent pas, par leur seule action, d'obtenir un mélange efficace à toutes les échelles. L'interpénétration pourra être inégale : lorsqu'un doigt prend de l'avance, il limite la croissance des autres. D'autres mécanismes doivent intervenir pour fractionner encore le mélange jusqu'aux petites échelles, où la diffusion moléculaire devient efficace.

Renverser le mélange

Comment étudier les milieux poreux réels, alors que leur structure est inconnue. Une technique récemment imaginée donne des indications précieuses. Les écoulements lents de fluides vis-