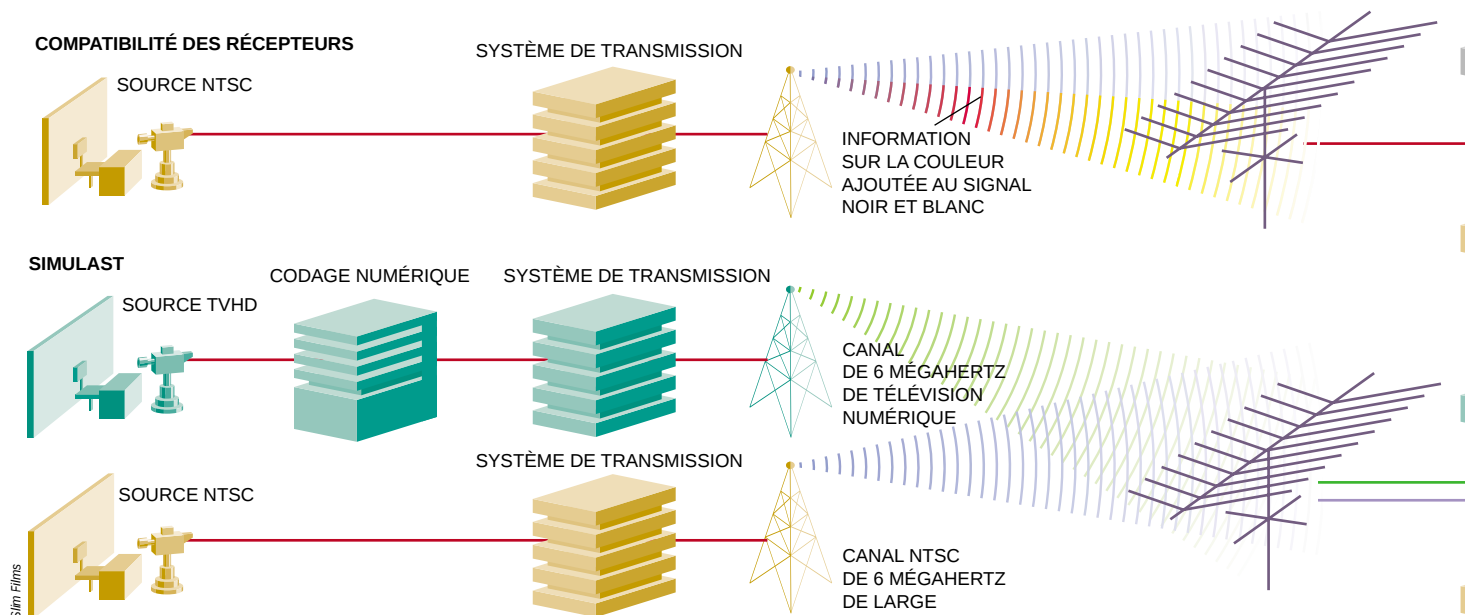




2. LA COMPATIBILITÉ DES SYSTÈMES a été abandonnée par la Commission américaine des télécommunications : les téléviseurs actuels ne sauront pas utiliser les nouveaux signaux numériques (TVHD), pour former des images en haute définition. La compatibilité fut conservée lors de l'introduction de la télévision en couleurs,

dont les informations pouvaient être transmises dans un canal de six mégahertz. Comme un seul canal ne peut transmettre à la fois un signal en haute définition et un signal NTSC, la Commission américaine des télécommunications a adopté l'approche *Simulcast*, qui demande aux diffuseurs d'émettre les deux types de signaux.

en une unique séquence de bits. Puis on utilise cette séquence de bits pour modifier l'amplitude d'une onde électromagnétique, nommée porteuse, qui est alors transmise par voie hertzienne. Quand une antenne capte le signal, celui-ci est démodulé par un récepteur, qui soustrait l'intensité de la porteuse et récupère une séquence de chiffres binaires. Cette séquence est démultipliée (on sépare les données audio, sonores, etc.), et les signaux sont finalement décomprimés.

En novembre 1995, la Commission des télécommunications a adopté la norme MPEG-2 (également retenue en Europe). Dès l'automne prochain, les principaux diffuseurs transmettront des signaux de télévision numérique dans les grandes zones urbaines, notamment à Boston, Los Angeles et Washington.

De surcroît, le nouveau standard est évolutif. Par exemple, la norme MPEG-2 spécifie uniquement la syntaxe des séquences binaires codées et le procédé de décodage. Cette liberté autorise une évolution du codage, sans que le standard soit modifié.

Que faire des téléviseurs actuels, qui ne pourront interpréter le nouveau signal numérique ? Pour bénéficier de l'image numérique en haute définition, on devra soit leur adjoindre un décodeur de signal numérique, soit le changer pour un nouvel appareil. Des téléviseurs numériques seront com-

mercialisés dès l'automne 1998. Un téléviseur numérique à tube cathodique grand écran qui affichera la haute résolution coûtera initialement près de 30 000 francs, mais les prix devraient baisser rapidement.

Réception de l'image numérique

L'adjonction d'un boîtier de décodage à un téléviseur classique coûtera moins de 3 000 francs. Ce boîtier transformera le signal numérique en un signal analogique NTSC. Le spectateur ne profitera alors pas de la haute résolution, mais la qualité de l'image sera légèrement supérieure à celle du même programme diffusé par le canal NTSC analogique.

L'amélioration de la qualité de réception sera également perceptible, même sans téléviseur numérique : dans les limites d'une zone de couverture donnée, le signal vidéo sera parfait, et notamment, exempt des parasites gênants, tels les images fantômes ou le bruit de fond (neige sur l'écran). Hors de la zone de couverture, on ne recevra aucune image. Cette situation du tout ou rien est analogue à ce qui se passe en musique numérique, où la lecture d'un disque compact sale ou endommagé est impossible.

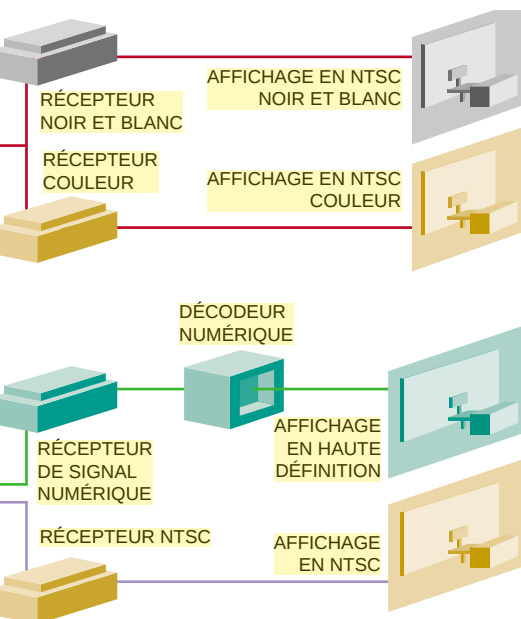
Pour ceux qui disposeront des téléviseurs à la nouvelle norme, l'amé-

lioration de la qualité sera considérable. Avec le système NTSC, on ne percevait pas le balayage par lignes à partir d'une distance égale à sept fois la hauteur de l'écran. Ainsi, pour un écran de 66 centimètres de hauteur (ou un mètre de diagonale), l'éloignement recommandé est de 4,25 mètres, ce qui rend difficile l'installation d'un téléviseur grand écran dans de nombreux foyers et réduit l'angle de vision à dix degrés environ.

Pour la télévision numérique en haute définition, l'éloignement recommandé sera seulement trois fois la hauteur de l'image : pour le téléviseur décrit précédemment, on pourra se placer à 1,80 mètre. Avec un écran plus grand, on disposera d'un champ de vision plus large et plus réaliste, d'environ 30 degrés.

Avec la nouvelle norme, le rapport de la largeur à la hauteur de l'image est augmenté. Un téléviseur NTSC affiche des images avec un rapport largeur sur hauteur égal à 4/3. Pour se rapprocher du format large du cinéma, la télévision numérique proposera des images au format 16/9 (format déjà disponible en SECAM).

Le son sera de qualité égale à celle des disques compacts. Grâce à des canaux audio additionnels, les spectateurs pourront être «entourés de son», comme dans les salles de cinéma. Ces canaux additionnels pourront égale-



ment transmettre des doublages des films en plusieurs langues.

Le nouveau système numérique entraînera un changement, peut-être plus radical, dans l'utilisation du poste de télévision. Alors que la télévision est aujourd'hui un appareil de loisir, la transmission numérique apportera des données variées, le courrier électronique. Le téléviseur pourra même être utilisé comme visiophone, ou comme moniteur d'ordinateur.

Cette intégration des systèmes a poussé l'industrie informatique à pénétrer dans un domaine dominé jusqu'ici par les chaînes de télévision. Des deux côtés, il reste encore beaucoup de travail, mais la convergence semble inévitable. Cette intégration pourrait finalement modifier l'approche de la télévision bien plus radicalement que l'amélioration de l'image et du son numérique.

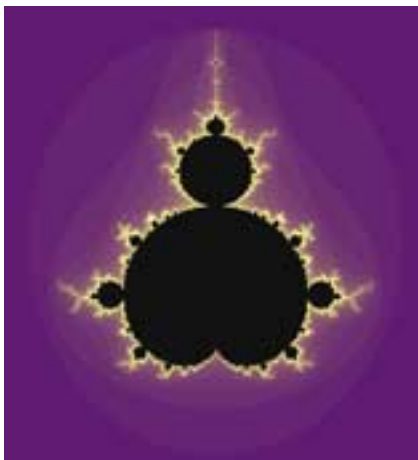
Jae LIM enseigne au département de génie électrique et d'informatique de l'Institut de technologie du Massachusetts.

Jae S. LIM, *Two-Dimensional Signal and Image Processing*, Prentice-Hall, 1990.

A.N. NETRAVALI et B.G. HASKELL, *Digital Pictures : Representation, Compression and Standards*, deuxième édition, Plenum Press, 1995.

HDTV and the New Digital Television, numéro spécial de IEEE Spectrum, vol. 32, n° 4, pp. 34-79, avril 1995.

ATSC Digital Television Standard, Advanced Television Systems Committee, 16 septembre 1995.



Certitudes sans démonstration?

JEAN-PAUL DELAHAYE

Identifier les constantes mathématiques nécessite des tables numériques, de bonnes idées et d'excellentes machines.

Vous devez calculer l'intégrale de $\sin(77x)\sin(5x)/x^2$ entre 0 et l'infini et, grâce à votre logiciel, vous obtenez la valeur M égale à 7,853981634. Cela ne vous semble pas très satisfaisant, et vous soupçonnez que cette intégrale a une expression simple, laquelle vous permettrait des simplifications quand vous la combinez avec d'autres expressions qui entrent dans votre calcul. Cette valeur est peut-être une fraction p/q avec p et q entiers ; ou une fraction multipliée par $\sqrt{2}$ (c'est-à-dire quelque chose de la forme $p\sqrt{2}/q$ avec p et q entiers) ; ou une fraction multipliée par π (quelque chose de la forme $\pi \times p/q$) ; ou une fraction multipliée par e (quelque chose de la forme $e \times p/q$). Comment faire

pour reconnaître M ? Nous verrons que l'inverseur de Simon Plouffe (*voir les encadrés 2 et 4*) répond à la question, et plus encore. Nous allons examiner différentes méthodes d'identification.

ÉNUMÉRATION ET COMPARAISON

La première idée consiste à calculer tous les nombres p/q , $\sqrt{2} \times p/q$, $\pi \times p/q$, $e \times p/q$, puis à rechercher celui qui se rapproche le plus de M . Il existe une infinité de tels nombres et parmi eux certains sont aussi proches qu'on le veut de M . Abordons donc le problème progressivement. Essayons en supposant d'abord que p et q sont tous deux compris entre 1 et 10.

Il faut 100 essais pour comparer M aux nombres de la forme p/q , 100 autres pour ceux de la forme $\sqrt{2} \times p/q$, etc., soit, au total, 400 essais à faire. Si on ne trouve rien, il faudra essayer en faisant l'hypothèse que p et q sont tous deux des entiers compris entre 1 et 100. Cela nécessitera 40 000 essais. Puis, si nécessaire, on passera à l'intervalle de 1 à 1 000, ce qui conduira à 4 millions de calculs, etc. Le nombre d'essais en fonction de l'intervalle de recherche de 1 à n augmente très rapidement, comme le carré de n .

Dans notre cas, dès la première tentative, avec p et q entre 1 et 10, on découvre que, parmi les 400 nombres essayés pour approcher M , le nombre $5\pi/2$ se trouve situé à un milliardième

1. RAISONNEMENTS HEURISTIQUES

Tous les nombres considérés sont entre 0 et 40. On dispose d'un nombre M qu'on soupçonne être parmi 400 nombres candidats. On compare M aux 400 nombres, on découvre qu'il s'approche de l'un d'eux, $5\pi/2$, de moins 10^{-9} (un milliardième). Ne doit-on pas considérer comme assuré que M vaut $5\pi/2$?

Raisonnement 1

Si M était choisi au hasard entre 0 et 40, alors la probabilité pour qu'il se trouve à un milliardième d'un des 400 nombres essayés serait inférieure à : $400 \cdot 2 \cdot 10^{-9} / 40 = 2 \cdot 10^{-8}$, car la longueur totale de l'intervalle considéré est 40 (les cas possibles) et qu'il y a 400 petits intervalles chacun de longueur $2 \cdot 10^{-9}$ correspondant aux cas favorables (les nombres situés à moins de 10^{-9} d'un des 400 nombres essayés), ce qui au total constitue un ensemble d'intervalles d'une longueur cumulée inférieure à $400 \cdot 2 \cdot 10^{-9}$.

Si M était choisi au hasard, la probabilité de trouver M à moins d'un milliardième d'un des 400 nombres essayés serait donc inférieure à $2 \cdot 10^{-8}$. C'est vraiment très peu, ce n'est donc pas par hasard que cela s'est produit, c'est parce que M vaut $5\pi/2$.

Raisonnement 2 (utilisant la formule de Bayes)

Supposons que nous ayons quelques raisons de considérer que M est l'un des 400 nombres testés (événement noté A) et que plus précisément *a priori* nous évaluons la probabilité de A à $1/10$. La probabilité, *a priori*, que M ne soit pas parmi les 400 nombres (événement B) est de $9/10$. La formule de Bayes indique comment recalculer cette probabilité après l'expérience conduisant à la découverte que " M est à une distance de moins de 10^{-9} d'un des 400 nombres" (événement E).

La nouvelle probabilité pour que M soit l'un des 400 nombres (c'est-à-dire $5\pi/2$) est :

$$P_A' = P_A Q_A / (P_A Q_A + P_B Q_B) \text{ où}$$

P_A = probabilité *a priori* de A = $1/10$

P_B = probabilité *a priori* de B = $9/10$

Q_A = probabilité de E sachant A (probabilité que M soit situé à une distance de moins de 10^{-9} d'un des 400 nombres essayés sachant que A est vrai) = 1

Q_B = probabilité de E sachant B (probabilité que M soit situé à une distance de moins de 10^{-9} d'un des 400 nombres essayés sachant que A n'est pas vrai) = $400 \cdot 2 \cdot 10^{-9} / 40 = 2 \cdot 10^{-8}$

$P_A' =$ probabilité de A sachant E (probabilité *a fortiori* que A soit l'un de 400 nombres, donc $5\pi/2$) = $P_A Q_A / (P_A Q_A + P_B Q_B) = P_A' = (1/10) / (1/10 + (9/10) \cdot (2 \cdot 10^{-8})) = 0,99999982$

La probabilité est passée de 10% à 99,999982 %

En partant de $P_A = 1\%$, on arriverait à : $P_A' = 99,99980\%$.

En partant de $P_A = 0,1\%$, on arriverait à : $P_A' = 99,99802\%$.

Donc même si, au départ, on a très peu de raisons de croire que M est parmi les 400 nombres essayés, une fois le calcul fait on en est quasiment certain.

Notons bien qu'aucun des deux raisonnements n'est totalement justifié, car :

– M n'est pas choisi au hasard (raisonnement 1),

– on ne peut donner aucun sens rigoureux à l'évaluation *a priori* $P_A = 1/10$ (raisonnement 2)

Avec les raisonnements heuristiques, on aboutit à des quasi-certitudes, mais pas à des preuves mathématiques.