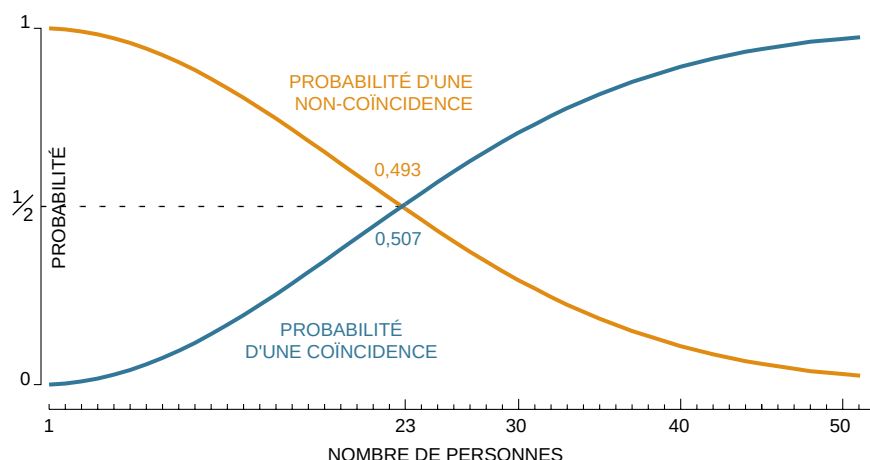




2. La probabilité que deux dates de naissance soient identiques (au moins) est supérieure à $1/2$ dès que 23 personnes sont présentes. Elle augmente rapidement et atteint 0,9 avec 40 personnes.

$\times (363/365)$ (de la même façon que la probabilité d'obtenir deux face de suite, à pile ou face, est égale à $1/2 \times 1/2$).

Nous voyons apparaître la formule générale. Lorsque Catherine entre dans la pièce, la probabilité d'avoir quatre dates distinctes est égale à :

$$(364/365) \times (363/365) \times (362/365).$$

Plus généralement, lorsqu'il y a n personnes dans la pièce, la probabilité d'avoir n dates différentes est :

$$(364/365) \times (363/365) \times \dots \times ((365 - n + 1)/365).$$

Il nous suffit donc de calculer les valeurs successives de cette expression pour savoir à partir de quel n elle devient inférieure à $1/2$. Vingt-deux personnes ont une probabilité de 0,524 d'avoir des dates de naissance toutes distinctes, et ce résultat descend à 0,493 pour 23 personnes. Donc, dès que 23 personnes sont rassemblées, la probabilité d'une coïncidence au moins est $1 - 0,493$, soit 0,507 : l'événement est légèrement plus probable que son contraire.

Testez ce résultat dans des rassemblements de plus de 23 personnes en prenant des paris : à la longue, vous gagnerez. Plus il y aura de monde, plus vite vous gagnerez. La plupart des participants jugeront qu'une coïncidence est improbable, parce qu'ils se focaliseront sur un aspect trompeur du problème : le nombre de personnes dans la pièce. Bien que 23 soit petit, il existe pour 23 personnes, 253 manières de les associer par paires (pour n , il y en a $n(n-1)/2$). Ce grand nombre est révélateur de la probabilité d'une coïncidence.

Robert Matthews, un journaliste britannique et mathématicien, et Fiona Stones ont vérifié ce résultat d'une manière expérimentale. Dans un match de football, il y a 23 personnes sur le

terrain : les deux équipes de 11 joueurs et l'arbitre. Donc, l'événement «deux joueurs au moins ont la même date d'anniversaire» est plus probable que son contraire. Ils se sont intéressés aux matchs de première division du Royaume-Uni joués le 19 avril 1997. Sur dix rencontres, six étaient avec coïncidences, et quatre sans.

En fait, dans deux des matchs, il y avait deux coïncidences ! Dans celui opposant Liverpool à Manchester United, deux joueurs étaient nés le 21 janvier et deux le 1^{er} août ; entre Chelsea et Leicester City les coïncidences étaient le 1^{er} novembre et le 22 décembre. Cette double coïncidence est également prédite par la théorie des probabilités. Elle évalue la probabilité d'avoir deux coïncidences parmi 23 personnes à 0,111... : l'événement se produit donc en moyenne tous les neuf matchs de football. La probabilité d'avoir trois coïncidences parmi 23 personnes est égale 0,018..., et celle d'avoir une coïncidence triple (trois personnes parmi les 23 ont la même date de naissance) est égale 0,007... : on l'observe une fois sur 143 rencontres en moyenne. Amusez-vous à vérifier ces valeurs avec les matchs de la Coupe du monde.

INTUITION, INTUITION...

Une question légèrement différente à présent : combien de personnes en plus de vous-même doivent être dans la pièce pour que l'événement «une personne au moins a votre date de naissance» soit plus probable que son contraire ? On pourrait croire que la réponse est $(364/2) + 1$, soit 183, puis qu'il y a 364 dates différentes de la vôtre et que, si plus de la moitié de ce nombre de personnes se trouve dans la salle, vous avez plus d'une chance sur deux

de partager votre date de naissance avec l'une d'elles. Mais la réponse correcte est 253.

Pour obtenir ce nombre, reprenons la technique déjà utilisée : on cherche la probabilité que les dates d'anniversaire soient différentes de la vôtre, puis l'on soustrait ce nombre à un. Vous êtes déjà dans la pièce et les autres personnes se présentent l'une après l'autre : Arthur, Élise, Pierre, Catherine, etc. La probabilité qu'Arthur ait une date de naissance différente de la vôtre est $364/365$. La probabilité qu'Élise ait une date de naissance différente de la vôtre est encore $364/365$. Il en est de même pour tous les autres. Nous nous désintéressons ici des coïncidences entre dates de naissance de personnes autres que vous, par exemple si Arthur et Élise sont nés le 3 avril. Seul compte si une date de naissance est la même que la vôtre, de sorte que, après l'entrée de n personnes, la probabilité pour qu'elles aient toutes des dates différentes de la vôtre est égale à $(364/365)^n$. La première valeur de n pour laquelle cette expression est inférieure à $1/2$ est 253 ($(364/365)^{253} = 0,499...$).

Incidemment, le fait que cette réponse soit égale au nombre de paires dans le premier problème (avec 23 personnes) semble n'avoir aucune signification mathématique. Une coïncidence donc !

Que nous enseignent ces calculs de probabilité ? D'abord ils nous engagent à ne pas être impressionné outre mesure par des événements qui semblent improbables : ils ne le sont peut-être pas. Une paire de footballeurs ayant la même date d'anniversaire seront probablement surpris de la coïncidence, mais tout match a plus d'une chance sur deux d'en posséder une. Les joueurs se souviendront probablement de cette coïncidence pendant des années, mais les 252 autres paires de joueurs ne s'étonneront pas que leurs dates de naissance ne coïncident pas, car nous remarquons les coïncidences et ignorons les non-coïncidences, et faisons de la sorte paraître les premières plus importantes qu'elles ne le sont en réalité.

La rencontre de mon ami durant sa lune de miel paraît moins surprenante si l'on songe au nombre de couples qu'il a rencontrés durant sa vie et qui n'étaient pas son patron et son épouse.

Robert MATTHEWS et Fiona STONES, *Teaching Statistics*, printemps 1998.

Martin GARDNER, *La magie des paradoxes*, Bibliothèque Pour la Science, 1997.

Henri BROCH, *Le paranormal*, Seuil (Poche), 1989.

Rater n'est pas fausser

Une pièce de monnaie mal frappée, anormalement lourde ou légère, ou encore mal sertie si elle a plusieurs éléments, est probablement fausse. Aujourd'hui, la valeur nominale d'une pièce est supérieure à celle du métal qu'elle contient : son cours est garanti par l'État. Ainsi, le coût de fabrication d'une pièce de dix francs est aujourd'hui de 0,996 franc seulement, celui d'une pièce d'un franc de 0,742 franc. Paradoxalement, celui d'une pièce de 50 centimes est de 0,551 franc. Comme pour les billets de banque, seule la qualité de fabrication d'une pièce en certifie la provenance, donc la valeur.

La pièce dont les deux faces sont présentées ici en couleur, un statère averne (mal) frappé en Gaule au II^e siècle avant notre ère, n'est pas fausse : elle a circulé comme celle, mieux fabriquée, qui est présentée en noir et blanc, et elle avait la même valeur. Les motifs portés par ces pièces, une tête ornée d'une couronne de laurier et un cheval accompagné d'une amphore, imitent ceux du statère macédonien frappé par Philippe II, père d'Alexandre le Grand, et utilisé dans tout le monde méditerranéen aux III^e et II^e siècles avant notre ère. Plus généralement, pendant toute l'Antiquité, les pièces mal frappées, très nombreuses, valaient autant que les autres : leur cours était celui du métal qu'elles contenaient.

Comment fabriquait-on les pièces ? On coulait d'abord des rondelles de métal de la taille souhaitée, nommées flans, dans des moules en terre. Puis l'on déposait chaque flan, chauffé au rouge, sur une matrice enchâssée dans une enclume et qui portait en creux l'empreinte de l'une des faces de la pièce. Le monnayeur posait sur le dessus un tampon portant, en creux, l'autre face, et frappait d'un grand coup de marteau.

Le flan n'était pas toujours posé exactement au centre de la matrice, ni le tampon au centre du flan : l'empreinte s'imprimait alors seulement en partie. Le flan pouvait aussi se fendre sous le coup de marteau, ou son diamètre varier légèrement.



Musée national suisse, Zurich



Bibliothèque nationale



Bibliothèque nationale



Musée national suisse, Zurich

Errare humanum est, exposition au Musée d'archéologie du Jura à Lons-le-Saunier, jusqu'au 13 septembre 1998.