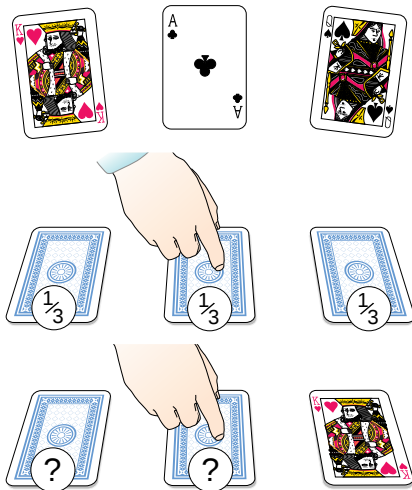


Quatre jeux mathématiques (Les solutions sont données en page 92)

1



Un ami pose trois cartes face contre table. L'une d'elles est un as, et les deux autres sont des figures. Vous posez le doigt sur une carte et vous pariez que c'est l'as. La probabilité que vous ayez raison est égale à $1/3$. Votre ami jette un rapide coup d'œil à chaque carte.

Comme il n'y a qu'un as parmi ces trois cartes, l'une au moins de celles que vous n'avez pas désignées doit être une figure. Il retourne une de ces cartes et vous la montre. Quelle est alors la probabilité que votre doigt soit maintenant sur l'as ?

2

28	26	30	27	29	25
34	32	36	33	35	31
16	14	18	15	17	13
4	2	6	3	5	1
10	8	12	9	11	7
22	20	24	21	23	19

La matrice ci-dessus est un curieux type de carré magique. Entourez un de ses nombres, puis barrez tous les nombres de la même ligne et de la même colonne. Entourez alors un autre nombre qui n'a pas été barré et, de nouveau, barrez les nombres de la même ligne et de la même colonne. Continuez de la sorte jusqu'à ce que vous ayez entouré six nombres.

Quels que soient les nombres choisis, la somme des six nombres entourés sera toujours égale... à combien ? Et pourquoi obtient-on ce curieux résultat ?

3

Au commencement, Dieu créa le ciel et la terre.
Or la terre était vague et vide, les ténèbres
couvraient l'abîme, l'esprit de Dieu planait sur
les eaux.

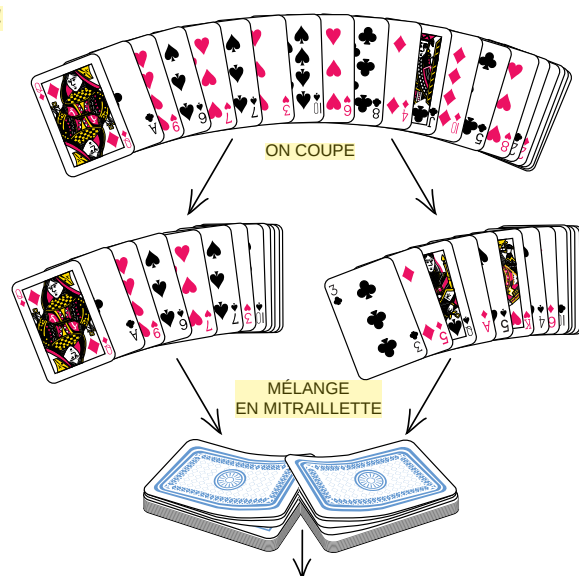
Dieu dit : "Que la lumière soit" et la lumière fut.

Dieu vit que la lumière était bonne, et Dieu
sépara la lumière et les ténèbres.

Dieu appela lumière "jour" et les ténèbres "nuit".
Il y eut un soir et il y eut un matin : premier jour.

Les premiers versets de la Genèse sont reproduits ci-dessus. Choisissez l'un des mots du premier verset : «Au commencement, Dieu créa le ciel et la terre.» Comptez le nombre de lettres de ce mot et nommez x ce nombre. Puis allez au mot qui se trouve x mots plus loin (par exemple, si vous avez choisi «Dieu», allez jusqu'au mot «et»). Comptez alors le nombre y de lettres de ce nouveau mot, puis avancez de y mots. Continuez de la sorte jusqu'à ce que vous arriviez à la fin du cinquième verset. Quel est le dernier mot obtenu ? Est-ce une divine surprise que ce mot qui concerne le premier jour de la Genèse soit précisément celui qui en indique le nombre ?

4



Un magicien dispose un jeu de cartes de sorte que des cartes de couleur rouge et noire alternent. Il coupe le jeu en deux parties environ égales, en s'assurant que les premières cartes de chaque moitié sont de couleurs différentes. Puis il vous demande de battre en mitraille.

Il passe ensuite sa main sur le paquet, «afin de rétablir l'ordre» prétend-il, et il tire les cartes deux par deux : elles sont toujours de couleurs différentes. Naturellement sa passe magique n'a rien changé, mais pourquoi le mélange n'a-t-il pas perturbé l'ordre des couleurs ?

Illustrations de Ian Worpole

sieur Gardner, lorsque vous êtes dans ma classe, je veux que vous fassiez des mathématiques, et rien d'autre!» Pourtant ce problème aurait intéressé toute la classe, et il aurait fait une superbe introduction à la combinatoire, à la théorie des jeux, à la symétrie ou aux probabilités. En effet, tous les élèves jouent au morpion, et tous ont envie de gagner : si des mathématiques simples leur donnent une stratégie, ils sont preneurs. Plus généralement, les mathématiques récréatives sont un merveilleux tremplin pour la présentation des mathématiques.

Dans l'enseignement, la mode est aujourd'hui aux «mathématiques modernes modernes», que je nomme ainsi pour les distinguer des mathé-

matiques modernes qui s'imposèrent il y a 10 à 20 ans. Les didacticiens des mathématiques recommandent de diviser les classes en petits groupes qui doivent résoudre des problèmes par des raisonnements élaborés en commun. L'«enseignement interactif» se substitue au cours. Ces nouvelles méthodes ont des avantages, mais pourquoi néglige-t-on encore tant les mathématiques récréatives, qui imposent tout naturellement un raisonnement interactif? Imaginez que vous soyez professeur : vous demandez à chaque groupe d'élèves de penser à un nombre quelconque de trois chiffres ABC . Puis vous demandez ensuite de taper le nombre deux fois de suite dans une calculette. Si les élèves choisissent

le nombre 237, par exemple, ils tapent 237237. Dites-leur alors que vous avez le pouvoir psychique de prédire que, s'ils divisent le nombre tapé par 13, le reste sera nul. Ils le vérifieront facilement. Puis demandez-leur de diviser le quotient trouvé par 11 : le reste sera encore nul. Enfin demandez-leur de diviser le nouveau quotient par 7 : cette fois, le reste est encore nul, et le quotient déterminé est le nombre initial!

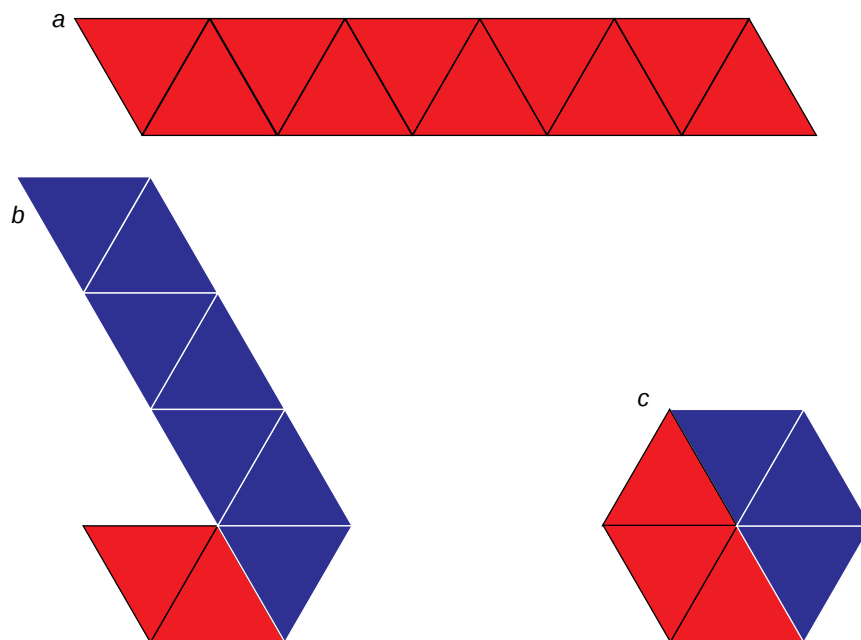
Le tour s'explique simplement quand on observe que $ABCABC$ est égal au produit de ABC par 1001; or 1001 est égal à $13 \times 11 \times 7$. Existe-t-il une meilleure introduction à la théorie des nombres et aux propriétés des nombres premiers?

Polyominos et Jeu de la vie

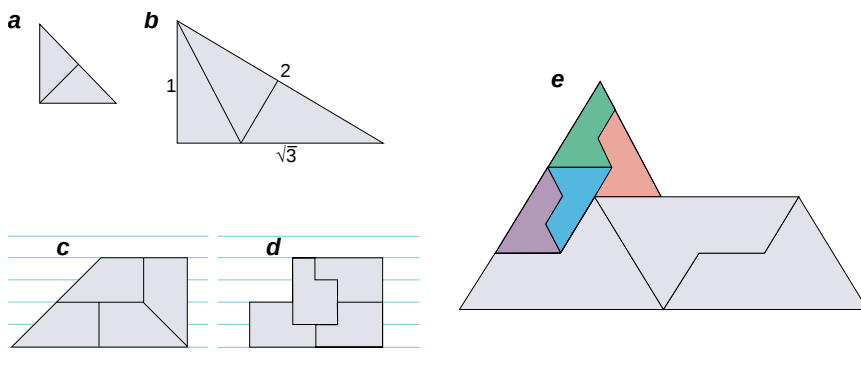
J'ai eu plusieurs fois l'occasion de faire connaître des mathématiciens originaux. Alors que je n'étais qu'amateur de mathématiques, ma rubrique m'a valu un abondant courrier de lecteurs du monde entier, de sorte que la matière des articles fut variée et passionnante. Solomon Golomb, de l'Université de Californie du Sud, est un des premiers mathématiciens qui m'aidèrent ainsi. En mai 1957, j'exposai ses travaux sur les polyominos, des formes que l'on obtient en accolant des carrés identiques par leurs arêtes. Le domino, avec deux carrés, n'a qu'une seule forme, mais il existe plusieurs triominos, tétraminos, pentominos, etc. : en L, en T, en carrés...

S. Golomb chercha d'abord si un ensemble de polyominos pouvait recouvrir complètement un damier. L'étude des polyominos se développa rapidement, engendrant une branche nouvelle des mathématiques récréatives. Arthur Clarke, le célèbre auteur de science-fiction, est un de ceux qui se passionnèrent pour les polyominos.

S. Golomb me signala également une classe de figures qu'il nommait les rep-tiles : ce sont des polygones qui, convenablement accolés, pavent une réplique agrandie de l'un d'entre eux (en anglais, *tile* signifie «pavage»). Un des rep-tiles est le sphinx, un pentagone irrégulier dont la forme rappelle celle du monument égyptien (voir la figure 3). Quatre sphinx convenablement disposés redonnent un sphinx deux fois plus grand. Les rep-tiles ont la particularité qu'on peut les associer en rep-tiles plus grands, que l'on peut eux-mêmes associer en rep-tiles encore plus grands, et ainsi de suite.



2. LES HEXAGLEXAGONES s'obtiennent à partir d'une bande de papier (a) par le pliage indiqué ici par les couleurs rouge et bleue, qui distinguent les deux faces. Quand on déforme l'hexaglexagone obtenu (c) pour obtenir un nouvel hexaflexagone, des faces qui étaient cachées apparaissent.



3. QUAND DES REP-TILES d'ordre inférieur s'assemblent, ils forment des répliques grossies d'eux-mêmes. Le demi-carré (a) est une rep-2 figure : deux demi-carrés s'assemblent pour former un demi-carré plus grand. Il faut trois rep-3 triangles rectangles (b) pour former un triangle rectangle de surface trois fois supérieure. En (c) et en (d) apparaissent respectivement un rep-4 quadrilatère et un rep-4 hexagone. Le sphinx (e) est le seul rep-4 pentagone connu.

Ian Worpole