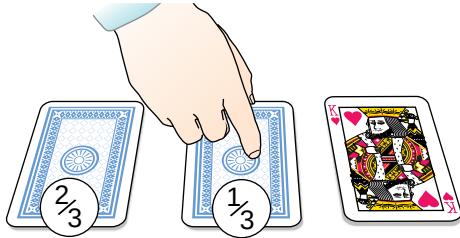


Réponses aux quatre problèmes de la page 87

1. La plupart des personnes qui examinent ce problème pensent que la probabilité passe de $1/3$ à $1/2$ quand on retourne une figure : deux cartes seulement sont retournées, et l'une doit être l'as. Pourtant la probabilité reste égale à $1/3$. En effet, la probabilité que vous n'ayez pas trouvé l'as reste égale à $2/3$, mais votre ami a éliminé une partie de l'incertitude en montrant une des cartes non choisies, qui n'est pas un as. Il reste donc une probabilité égale à $2/3$ que l'autre carte non choisie soit l'as. Si votre ami vous accorde la possibilité de changer votre choix, vous devez la saisir.



J'ai présenté ce problème en octobre 1959 sous une forme un peu différente : au lieu de trois cartes, je considérais trois prisonniers, dont l'un avait été gracié. En 1990, Marilyn vos Savant, l'auteur d'une chronique dans le magazine *Parade*, proposa une version différente du même problème, avec trois portes et une voiture derrière l'une d'elles. Elle donna la réponse exacte, mais reçut des milliers de lettres de lecteurs en colère (beaucoup étaient des mathématiciens), l'accusant d'ignorer la théorie des probabilités. L'affaire fit même la une du *New York Times*. Plus récemment, Jean-Paul Delahaye a également mentionné le problème dans un article intitulé *Persée, Piégase et Andromède*, ajoutant une simulation numérique pour achever de convaincre les sceptiques.

2. La somme est 111, parce que la matrice est une table d'addition à l'ancienne. Elle est engendrée par deux ensembles de nombres : (3, 1, 5, 2, 4, 0) et (25, 31, 13, 1, 7, 19). Chaque nombre de la matrice est la somme d'un nombre du premier ensemble et d'un nombre du second ensemble. Lorsque vous choisissez les six nombres que vous entourez, vous sélectionnez six paires de nombres, incluant les 12 générateurs. Aussi la somme de ces six nombres est toujours égale à celle des 12 générateurs.

	3	1	5	2	4	0
25	28	26	30	27	29	25
31	34	32	36	33	35	31
13	16	14	18	15	17	13
1	4	2	6	3	5	1
7	10	8	12	9	11	7
19	22	20	24	21	23	19

Ian Morpale

3. Toutes les chaînes de mots convergent. Ce résultat peut sembler providentiel, mais il n'est que la conséquence du principe découvert par le mathématicien Martin Kruskal dans les années 1970. Lorsque le nombre total de mots est notablement supérieur au nombre de lettres du mot le plus long, les paires de chaînes de mots conduisent généralement au même mot clé. Au-delà, toutes les chaînes sont identiques. Pour le vérifier, partez de plusieurs mots et tracez les chaînes.

premier

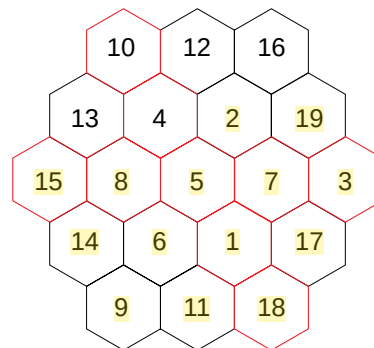
4. Pour simplifier, imaginez un jeu de dix cartes avec les couleurs noire (N) et rouge (R) alternées : NRNRNRNRNR. Si vous coupez comme indiqué, vous obtenez deux paquets de cinq cartes : NRNRN et RNRNR. Au début du mélange, les deux cartes au début des paquets sont de couleurs différentes. Si, par exemple, la première carte obtenue par le mélange est N (du premier paquet), les deux cartes à la base des deux paquets restants seront R, de sorte que la libération d'une nouvelle carte créera une paire RN. Si une carte R tombe en premier, les deux cartes à la base seront N, de sorte qu'une paire NR se formera ensuite. On répète ensuite le raisonnement, pour conclure que toutes les paires seront NR ou RN.



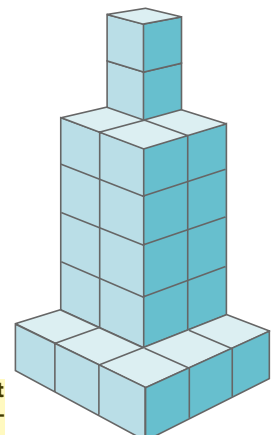
OU



Ce phénomène résulte du principe de Gilbreath, d'après le nom de son découvreur : le magicien californien Norman Gilbreath. Les magiciens l'ont utilisé dans des centaines de tours de cartes.



CET HEXAGONE est "magique" : la somme des nombres de n'importe quelle ligne est égale à 38.



LE GRATTE-CIEL ne peut être formé à partir des poly-cubes de Soma.

les nombres, également, sont l'objet de problèmes variés. Les carrés magiques, notamment, intéressent les amateurs depuis très longtemps. Un carré est magique quand les nombres qui y figurent ont la particularité que leurs sommes, par ligne, par colonnes ou selon les deux diagonales, sont toutes égales. On utilise généralement des nombres entiers consécutifs, à partir de 1. Il n'existe qu'un seul carré magique d'ordre trois, avec les nombres entiers compris entre 1 et 9 dans un carré de trois cases de côté (aux symétries et aux rotations près). Toutefois, il existe 880 carrés magiques d'ordre quatre, et le nombre de solutions augmente rapidement avec l'ordre des carrés.

Pourquoi le cas des hexagones magiques est-il si différent? En 1963, Clifford Adams, un ancien employé de la Société des chemins de fer *Reading*, m'envoya un hexagone magique d'ordre trois que je transmis à Charles Trigg, mathématicien de Los Angeles : ce dernier prouva que cet hexagone est le seul hexagone magique d'ordre trois et qu'aucun hexagone magique d'un autre ordre n'existe.

Comment se transforme le problème des carrés magiques si l'on n'impose plus que les nombres qui remplissent les cases soient des nombres entiers consécutifs? Si la seule condition est qu'ils soient distincts, on peut construire de nombreux carrés magiques d'ordre trois. Par exemple, il en existe une infinité qui contiennent seulement des nombres premiers. Un carré magique d'ordre trois peut-il être formé de neuf carrés parfaits distincts? Il y a deux ans, dans la revue *Quantum*, j'ai offert 100 dollars à qui résoudrait ce problème, mais je n'ai pas encore dû récompenser quelqu'un qui aurait trouvé un tel «carré de carrés» ; personne n'a, non plus, démontré qu'il n'en existait pas. Si un tel carré existe, ses nombres doivent être gigantesques, voire hors d'atteinte des ordinateurs les plus rapides. Pourquoi les mathématiciens s'acharneraient-ils à trouver une telle solution, sachant que sa connaissance ne servirait probablement à rien? Simplement parce qu'ils ne peuvent supporter de supputer l'existence d'une solution sans le démontrer.

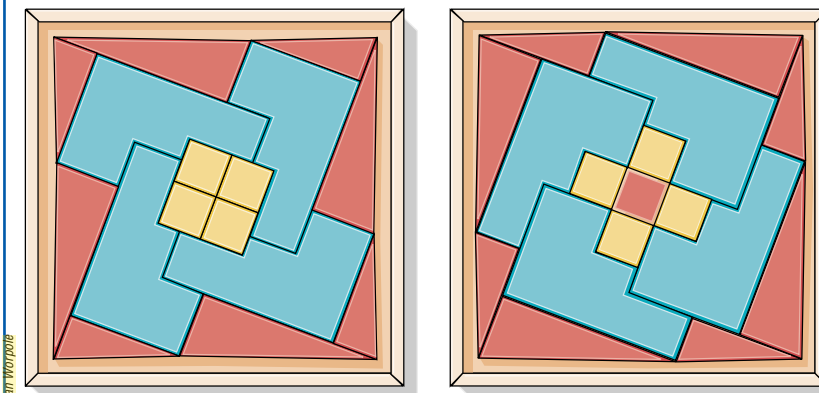
Cet intérêt général pour les nombres inspira certains articles (environ un par an) où j'évoquai mes rencontres avec un numérologiste que je nommai le docteur Irving Joshua Matrix. Ce personnage s'intéressait aux étranges

Le paradoxe de l'aire manquante

Considérons les deux pavages ci-dessous. Chacun est composé des mêmes 16 pièces : quatre grands triangles rectangles rouges, quatre petits triangles rectangles rouges, quatre octogones bleus et quatre carrés jaunes. Dans le pavage de gauche, les pièces s'assemblent parfaitement, mais, dans le pavage de droite, un petit carré n'est

pas recouvert, au centre. Comment cela est-il possible ? Pourquoi la surface recouverte est-elle plus grande à gauche qu'à droite ?

Le secret de ce paradoxe, montré dans un article de 1961, sera révélé dans la rubrique « Tribune des lecteurs » du prochain numéro de *Pour la Science*.



propriétés numériques des nombres ou des mots (notez le nombre 666 formé par les nombres de lettres des trois parties de son nom). De nombreux lecteurs ont supposé que le docteur Matrix et sa jolie fille Iva Toshiyori étaient réels. Un lecteur japonais, en particulier, me signala que Toshiyori était un nom de famille des plus curieux, parce qu'il signifie «rue du vieil homme», en japonais : effectivement j'avais trouvé ce mot sur une carte de Tokyo et je l'avais donné à la fille du docteur Matrix, parce que j'avais décidé que celle-ci serait japonaise par sa mère.

Je regrette que ma rubrique se soit achevée avant 1997 : je n'aurais pas manqué d'interroger le docteur Matrix à propos du grotesque best seller inti-

ulé *La Bible : le code secret*, et j'aurais démonté les prétentions de son auteur. Celui-ci prétend prévoir l'avenir à partir des combinaisons de lettres que l'on peut extraire du texte hébreu de l'Ancien Testament en partant d'une lettre, puis en sautant un nombre donné de lettres plus loin, puis en sautant encore du même nombre de lettres plus loin, et ainsi de suite. Ce système aurait plu au docteur Matrix, mais méfions-nous de la numérologie : elle permet, par des procédés analogues, de trouver du sens dans n'importe quel ensemble de données ; le système de *La Bible : le code secret*, notamment, conduit également à des prévisions quand on l'utilise pour explorer *Guerre et Paix* ou *La recherche du temps perdu* !

Martin GARDNER est l'auteur de plus de 70 livres de science, de mathématiques, de philosophie ou de littérature. C'est une figure de la lutte contre le paranormal.

W.W. ROUSE BALL et H.S.M. COXETER, *Mathematical Recreations and Essays*, 13th édition, Dover Publications, 1987.

La mathématique des jeux, Bibliothèque Pour la Science (diffusion Belin), Paris, 1990.

Visions géométriques, Bibliothèque Pour la Science (diffusion Belin), Paris, 1990.

Martin GARDNER, *Jeux mathématiques du Scientific American* (adapté par Yves Roussel), Association pour le développement de la culture scientifique, Amiens, 1996.

Jean-Paul DELAHAYE, *Logique, informatique et paradoxes*, Bibliothèque Pour la Science (diffusion Belin), Paris, 1996.

Yvon L'HOSPITALIER, *Énigmes et jeux logiques, résolution et construction*, éditions Eyrolles, Paris, 1998.

Bernard GERVAIS, *Les carrés magiques de 5*, éditions Eyrolles, Paris, 1998.