

d'entreposer des puzzles encombrants dans des armoires toujours trop pleines et sources de conflits matrimoniaux.

Notons que le problème du remplissage d'un parallélépipède par des poly-cubes est un «problème NP-complet». Cela signifie qu'on ne connaît aucune méthode algorithmique rapide pour le résoudre systématiquement et qu'on pense (sans toutefois l'avoir prouvé) qu'aucune méthode rapide n'existe. Ce résultat de théorie de la complexité explique en partie la difficulté des problèmes de rangement : il n'interdit pas de programmer des ordinateurs pour chercher les solutions aux problèmes de rangement, il indique seulement que les temps de calcul pourront être très longs.

LA VIEILLE BOÎTE DES COLLECTIONNEURS

La «boîte des cubes diaboliques» est le plus ancien casse-tête de cette catégorie. Elle était connue au siècle dernier et est le seul casse-tête de ce type à être mentionné dans le célèbre livre du professeur Hoffmann – un avocat britan-

nique dont le vrai nom était Angelo John Davis. Ce livre se voulait un traité exhaustif des casse-tête mécaniques de son époque. Il a été publié en 1893 sous le titre *Puzzles Old and New* et a été récemment réédité par L.E. Hordern. La nouvelle édition est agrémentée de photos des objets décrits qui ont été retrouvés chez les collectionneurs de casse-tête anciens. Tous les amateurs de casse-tête auront à cœur de se procurer ce magnifique livre (l'adresse de l'éditeur est : L.E. Hordern, Cane End House, Cane End, RG4 9HH, Angleterre).

Une des pièces des cubes diaboliques est composée de deux cubes accolés, une autre est faite de 3 cubes, une de 4, une de 5, une de 6, et une de 7, ce qui fait un total de 27 cubes correspondant au volume d'un cube de côté 3, qu'il s'agit justement de reconstituer pour pouvoir ranger les pièces dans leur boîte (voir la figure 2 ci-dessous). De difficulté moyenne, ce casse-tête est un bon entraînement avant d'aborder les modèles suivants. L'existence de 13 solutions différentes (dans ces dénombrements, on ne compte qu'une seule fois

les solutions qui se déduisent les unes des autres par rotation ou symétrie) explique que moins de 10 minutes suffisent pour découvrir un rangement.

Les décomptes de solutions que nous indiquons dans le cours de cet article ont été faits à l'aide de programmes informatiques et proviennent le plus souvent du livre de Kelvin Holmes (un détective mathématique britannique!) et Rik van Grol, *A Handbook of Cube-Assembly Puzzles Using Polycubes Shapes*, publié à compte d'auteur en 1996. Vous pourrez vous le procurer, comme je l'ai fait, dans la merveilleuse boutique de casse-tête londonienne du marché Camden Lock : Village Games and Puzzles (65 The West Yard, Camden Lock, London, NW1 6HD, Angleterre).

Il semble que, pour aborder les cubes diaboliques, la meilleure méthode soit d'explorer le plus rapidement possible, sans réfléchir, un grand nombre de combinaisons. Si vous n'êtes pas trop maladroit et que, dès qu'une impossibilité apparaît, vous revenez en arrière, vous tomberez sur une des solutions dans un délai court. Un autre principe pour accé-

(A) CUBE DIABOLIQUE

SOLUTION

3	2	
5		
6		

3		
5	2	
6		

		1
5	4	
		6

(B) CUBE DE STEINHAUS

SOLUTION

6		
4		
1		

2	6	
3		4
	5	

		2
		4
3		5

(C) HALF HOUR PUZZLE DE COFFIN

SOLUTION

1	5	
		4
6		

1		5
6	4	
	3	

		1
		5
6	2	3

(D) COFFIN'S QUARTET

2. Quelques rangements du cube $3 \times 3 \times 3$. (A) Les cubes diaboliques datent du XIX^e siècle : c'est, semble-t-il, le plus ancien puzzle de rangement d'un cube. (B) Le cube de Steinhaus a été inventé en 1930 ; il ne possède que deux solutions. (C) Le Half Hour Puzzle de Coffin, publié vers 1970, ne possède qu'une solution, qu'il faut environ une demi-heure pour découvrir. (D) Le Coffin's Quartet date aussi des années 1970 ; il est plus facile, mais le rangement doit s'effectuer dans un ordre précis.

lérer la découverte des solutions est de s'occuper en premier des pièces ayant des formes délicates (grosses pièces, pièces non planaires, pièces qui ne peuvent pas se placer dans un coin, etc.). Les programmes pour rechercher des solutions utilisent ces deux principes. Selon la finesse des méthodes

de détection de situations bloquées, la recherche est plus ou moins rapide. Ainsi l'ajout d'une seule idée simple (par exemple, la prise en compte des pièces planaires) peut multiplier l'efficacité du programme par 10 ou par 100 : un problème NP-complet oblige le programmeur à être intelligent.

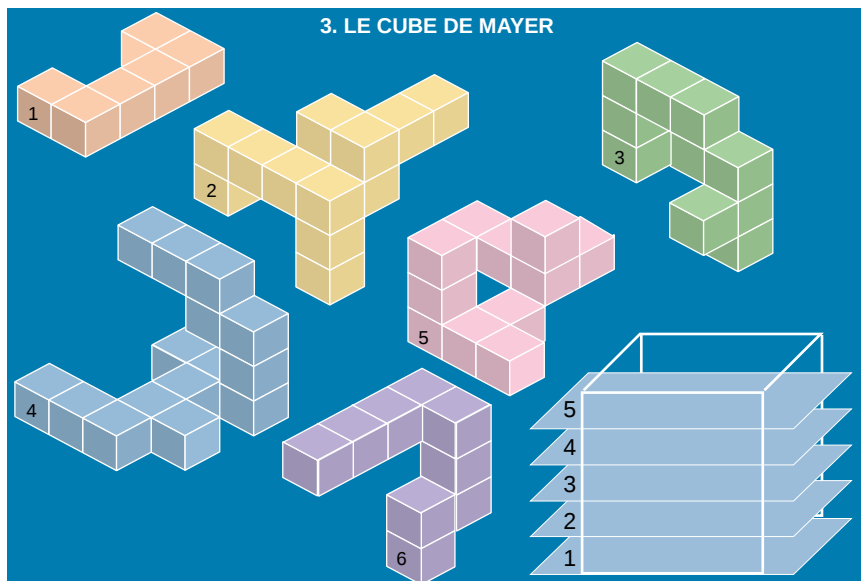
STEINHAUS ET COFFIN

Un peu plus difficile, le cube de Steinhaus a été inventé, dans les années 1930, par le mathématicien polonais Hugo Steinhaus et fut présenté dans son beau livre de divertissements mathématiques *Mathematical Snapshots* (Oxford University Press, 1950). Vous résoudrez ce problème par la technique de l'exploration aléatoire, mais il vous faudra un peu plus de temps (ou un peu de chance). Il ne possède que deux solutions.

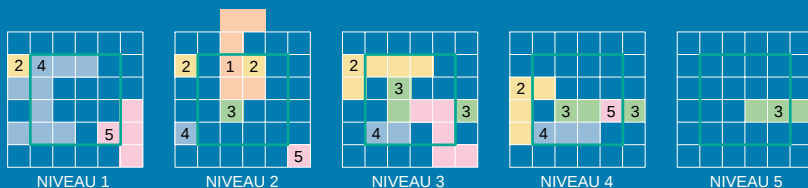
Dans les années 1970, deux autres découpages remarquables du cube de côté 3 en polycubes ont été inventés. Ils sont dus tous les deux au plus ingénieux inventeur de casse-tête de rangement de notre époque : Stewart Coffin. Celui-ci vit dans le Massachusetts, aux États-Unis, où il conçoit et fabrique ses casse-tête en utilisant toutes sortes de bois précieux qu'il ajuste au dixième de millimètre, obtenant des formes géométriques très belles et farcies de difficultés : nulle part ailleurs mathématiques et art ne se sont si intimement associés que dans les créations de cet artisan unique.

Le premier rangement du cube de côté 3 proposé par Coffin est dénommé *Half Hour Puzzle*, car, bien que composé de six pièces seulement, sa résolution demande environ une demi-heure, même à un habitué de ces casse-tête. Il ne possède qu'une solution, qu'on ne découvre que difficilement par la méthode d'exploration aléatoire. Aucun raisonnement simple ne semble susceptible d'accélérer la découverte de l'unique solution. J'ignore comment Coffin a conçu son casse-tête, mais je pense qu'il doit être le plus difficile de tous les assemblages de polycubes donnant un cube de côté 3. Lorsqu'il y a moins de pièces, on réussit à raisonner, ce qui conduit à la solution en moins d'un quart d'heure et, lorsqu'il y a plus de pièces, elles sont petites et donc s'agencent assez bien, ce qui mène rapidement à la solution. Quel psychologue fera l'analyse de ce problème, expliquant pourquoi le découpage de Coffin est plus difficile que les autres découpages du cube de côté 3 ?

Le second rangement de Coffin (appelé *Coffin's Quartet*) est plus facile, mais il est intéressant, car l'utilisation de petits raisonnements («tel cube est nécessairement dans un coin», «telle pièce passe nécessairement par le centre», etc.) conduit rapidement au schéma du puzzle monté. Une fois que l'on a repéré où doivent se placer les pièces, on découvre que le montage est un second puzzle : il faut le réaliser dans un ordre bien précis ; sinon, les pièces se bloquent les unes les autres (voir la figure 2). Ce type de rangements, où la difficulté provient de l'ordre et de la façon dont les



1. PLACER SUCCESSIVEMENT LES PIÈCES 4, 1, 2, 5, 3 SELON LE SCHEMA



2. FAIRE GLISSER LA 3 ET LA 5 SIMULTANÉMENT D'UNE CASE À GAUCHE.

3. FAIRE GLISSER LA 1 D'UNE CASE VERS L'AVANT.

4. PLACER LA 6, CE QUI DONNE LA DISPOSITION :



5. FAIRE GLISSER LA 5 VERS L'ARRIÈRE D'UNE CASE.

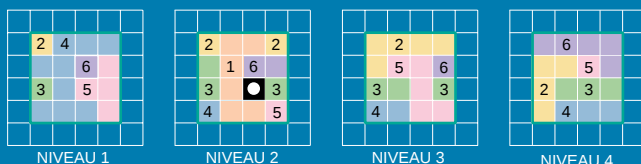
6. FAIRE GLISSER LA 4 VERS LA DROITE D'UNE CASE.

7. FAIRE GLISSER LA 3 VERS LE BAS D'UNE CASE.

8. FAIRE GLISSER LA 2 VERS LA DROITE D'UNE CASE.

9. FAIRE GLISSER LA 1 VERS L'AVANT D'UNE CASE.

ON OBTIENT LA DISPOSITION :



ON REMARQUE QU'UNE CASE INTÉRIEURE, ■, RESTE VIDE.

3. Le cube de Derek Mayer. En raisonnant avec un crayon et un schéma du cube de côté 4 décomposé par niveau, on voit que la pièce 4 qui occupe trois coins ne peut (aux symétries près) se placer que d'une seule façon. La pièce 2 ne peut alors être placée que de deux façons différentes dont l'une s'élimine en considérant la pièce 3. Une fois les pièces 2, 4 et 3 en bonne position, le reste suit et l'on obtient ainsi une solution... sur le papier. Toute la difficulté, et elle n'est pas mince, est de trouver les manipulations qui mettront les pièces conformément au schéma théorique. N'est-on pas dans un cas d'impossibilité topologique ou de rigidité ? Non, comme l'indique la suite d'opérations ici décrites.