

lérer la découverte des solutions est de s'occuper en premier des pièces ayant des formes délicates (grosses pièces, pièces non planaires, pièces qui ne peuvent pas se placer dans un coin, etc.). Les programmes pour rechercher des solutions utilisent ces deux principes. Selon la finesse des méthodes

de détection de situations bloquées, la recherche est plus ou moins rapide. Ainsi l'ajout d'une seule idée simple (par exemple, la prise en compte des pièces planaires) peut multiplier l'efficacité du programme par 10 ou par 100 : un problème NP-complet oblige le programmeur à être intelligent.

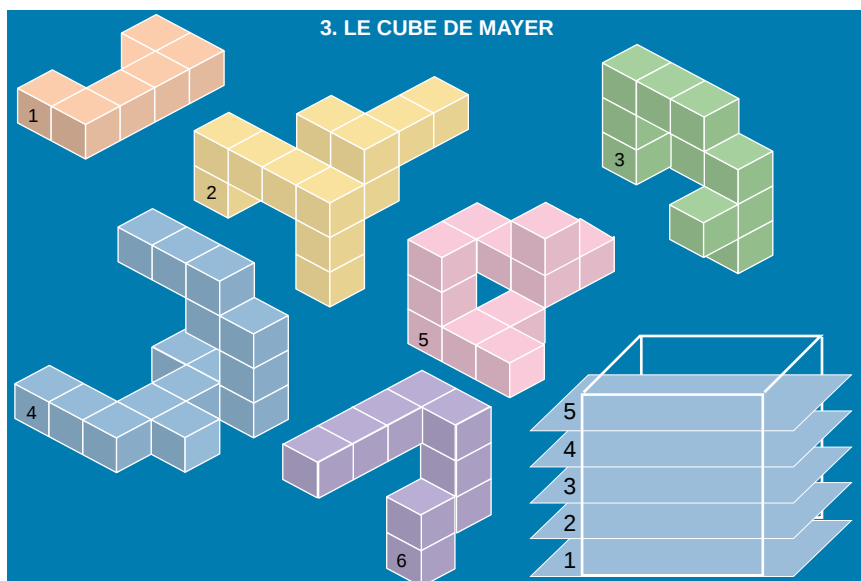
STEINHAUS ET COFFIN

Un peu plus difficile, le cube de Steinhaus a été inventé, dans les années 1930, par le mathématicien polonais Hugo Steinhaus et fut présenté dans son beau livre de divertissements mathématiques *Mathematical Snapshots* (Oxford University Press, 1950). Vous résoudrez ce problème par la technique de l'exploration aléatoire, mais il vous faudra un peu plus de temps (ou un peu de chance). Il ne possède que deux solutions.

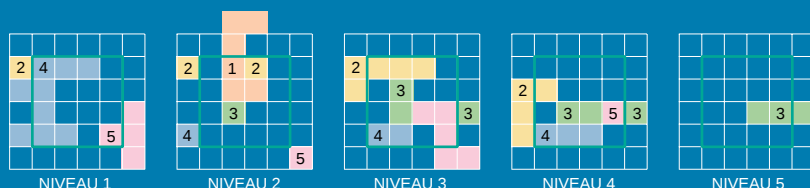
Dans les années 1970, deux autres découpages remarquables du cube de côté 3 en polycubes ont été inventés. Ils sont dus tous les deux au plus ingénieux inventeur de casse-tête de rangement de notre époque : Stewart Coffin. Celui-ci vit dans le Massachusetts, aux États-Unis, où il conçoit et fabrique ses casse-tête en utilisant toutes sortes de bois précieux qu'il ajuste au dixième de millimètre, obtenant des formes géométriques très belles et farcies de difficultés : nulle part ailleurs mathématiques et art ne se sont si intimement associés que dans les créations de cet artisan unique.

Le premier rangement du cube de côté 3 proposé par Coffin est dénommé *Half Hour Puzzle*, car, bien que composé de six pièces seulement, sa résolution demande environ une demi-heure, même à un habitué de ces casse-tête. Il ne possède qu'une solution, qu'on ne découvre que difficilement par la méthode d'exploration aléatoire. Aucun raisonnement simple ne semble susceptible d'accélérer la découverte de l'unique solution. J'ignore comment Coffin a conçu son casse-tête, mais je pense qu'il doit être le plus difficile de tous les assemblages de polycubes donnant un cube de côté 3. Lorsqu'il y a moins de pièces, on réussit à raisonner, ce qui conduit à la solution en moins d'un quart d'heure et, lorsqu'il y a plus de pièces, elles sont petites et donc s'agencent assez bien, ce qui mène rapidement à la solution. Quel psychologue fera l'analyse de ce problème, expliquant pourquoi le découpage de Coffin est plus difficile que les autres découpages du cube de côté 3 ?

Le second rangement de Coffin (appelé *Coffin's Quartet*) est plus facile, mais il est intéressant, car l'utilisation de petits raisonnements («tel cube est nécessairement dans un coin», «telle pièce passe nécessairement par le centre», etc.) conduit rapidement au schéma du puzzle monté. Une fois que l'on a repéré où doivent se placer les pièces, on découvre que le montage est un second puzzle : il faut le réaliser dans un ordre bien précis ; sinon, les pièces se bloquent les unes les autres (voir la figure 2). Ce type de rangements, où la difficulté provient de l'ordre et de la façon dont les



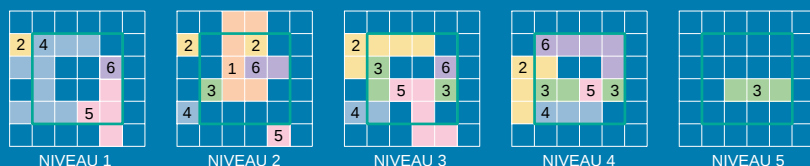
1. PLACER SUCCESSIVEMENT LES PIÈCES 4, 1, 2, 5, 3 SELON LE SCHEMA



2. FAIRE GLISSER LA 3 ET LA 5 SIMULTANÉMENT D'UNE CASE À GAUCHE.

3. FAIRE GLISSER LA 1 D'UNE CASE VERS L'AVANT.

4. PLACER LA 6, CE QUI DONNE LA DISPOSITION :



5. FAIRE GLISSER LA 5 VERS L'ARRIÈRE D'UNE CASE.

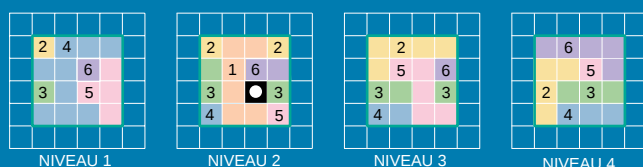
6. FAIRE GLISSER LA 4 VERS LA DROITE D'UNE CASE.

7. FAIRE GLISSER LA 3 VERS LE BAS D'UNE CASE.

8. FAIRE GLISSER LA 2 VERS LA DROITE D'UNE CASE.

9. FAIRE GLISSER LA 1 VERS L'AVANT D'UNE CASE.

ON OBTIENT LA DISPOSITION :



ON REMARQUE QU'UNE CASE INTÉRIEURE, ■, RESTE VIDE.

3. Le cube de Derek Mayer. En raisonnant avec un crayon et un schéma du cube de côté 4 décomposé par niveau, on voit que la pièce 4 qui occupe trois coins ne peut (aux symétries près) se placer que d'une seule façon. La pièce 2 ne peut alors être placée que de deux façons différentes dont l'une s'élimine en considérant la pièce 3. Une fois les pièces 2, 4 et 3 en bonne position, le reste suit et l'on obtient ainsi une solution... sur le papier. Toute la difficulté, et elle n'est pas mince, est de trouver les manipulations qui mettront les pièces conformément au schéma théorique. N'est-on pas dans un cas d'impossibilité topologique ou de rigidité ? Non, comme l'indique la suite d'opérations ici décrites.

pièces doivent être mises en place, est magnifiquement illustré par le cube de Derek Mayer, diffusé par le fabricant anglais *Pentangle* (Pentangle, The Puzzle People, Salisbury Lane, Over Wallop, Hampshire, SO20 8HT, Angleterre). Il s'agit cette fois d'obtenir un cube de côté 4 avec 6 pièces. Une fois les pièces démontées mélangées, une série de raisonnements élémentaires permet de savoir où doivent aboutir les pièces. Réaliser le montage des six pièces reste cependant une épreuve... La figure 3 décrit la solution, dont on voit qu'elle alterne des mises en place de pièces et des glissements minutieux d'une ou de plusieurs pièces. Quand les pièces sont assemblées, elles tiennent solidement, et aucune boîte n'est donc nécessaire pour les ranger. Si vous décidez de réaliser vous-même ce merveilleux casse-tête, il vous faudra le faire très soigneusement, sinon les pièces se bloqueront sans que vous puissiez les assembler.

Je ne crois pas qu'il existe des programmes informatiques pour traiter de tels problèmes, dont la difficulté provient non pas de l'emplacement des pièces, mais de la complication du montage.

LES DÉCOUPAGES DE CONWAY

Le raisonnement est non seulement utile, mais parfois indispensable. Si vous ne le pratiquez pas, vous risquez d'errer indéfiniment sans réussir à résoudre certains casse-tête astucieusement conçus pour vous faire tourner en rond autour de combinaisons toujours incomplètes.

Les trois découpages de John Horton Conway (mathématicien de l'Université de Princeton et inventeur du Jeu de la vie) sont les plus beaux exemples de ces pièges mentaux dont on n'échappe que par le raisonnement. Ces trois casse-tête sont très simples (peu de pièces différentes) et possèdent des solutions très belles, car elles sont symétriques, et on les découvre par des raisonnements astucieux utilisant d'élémentaires remarques de parité (voir la figure 4).

À chaque fois, la propension naturelle que nous avons d'aligner les pièces semblables pour les ranger (ce qui en général est une assez bonne stratégie, car cela réduit les espaces vides) se révèle catastrophique et exactement l'inverse de ce qu'il faut. Le problème 1, malgré son extrême simplicité (six formes de type $2 \times 2 \times 1$ et trois de type $1 \times 1 \times 1$ pour former un cube de côté 3), demandera de longues réflexions. Les plus acharnés des explorateurs aléatoires abandonneront tout espoir de résoudre les deux autres puzzles de Conway : les solutions ne surgissent que d'une réflexion et d'une

compréhension profonde des contraintes imposées par certaines pièces. Ces casse-tête sont remarquables : la présence de nombreuses pièces identiques limite le nombre des combinaisons à explorer, mais ne diminue pas la difficulté, ce qui provoque parfois un certain agacement.

CUBE DE DEAN HOFFMAN

Le cube de Dean Hoffman (qui n'a rien à voir avec le Hoffmann cité à propos des cubes diaboliques) est une autre merveille de simplicité. Il s'agit de ranger 27 parallélépipèdes identiques de côtés A, B, C

