

pièces doivent être mises en place, est magnifiquement illustré par le cube de Derek Mayer, diffusé par le fabricant anglais *Pentangle* (Pentangle, The Puzzle People, Salisbury Lane, Over Wallop, Hampshire, SO20 8HT, Angleterre). Il s'agit cette fois d'obtenir un cube de côté 4 avec 6 pièces. Une fois les pièces démontées mélangées, une série de raisonnements élémentaires permet de savoir où doivent aboutir les pièces. Réaliser le montage des six pièces reste cependant une épreuve... La figure 3 décrit la solution, dont on voit qu'elle alterne des mises en place de pièces et des glissements minutieux d'une ou de plusieurs pièces. Quand les pièces sont assemblées, elles tiennent solidement, et aucune boîte n'est donc nécessaire pour les ranger. Si vous décidez de réaliser vous-même ce merveilleux casse-tête, il vous faudra le faire très soigneusement, sinon les pièces se bloqueront sans que vous puissiez les assembler.

Je ne crois pas qu'existent des programmes informatiques pour traiter de tels problèmes, dont la difficulté provient non pas de l'emplacement des pièces, mais de la complication du montage.

LES DÉCOUPAGES DE CONWAY

Le raisonnement est non seulement utile, mais parfois indispensable. Si vous ne le pratiquez pas, vous risquez d'errer indéfiniment sans réussir à résoudre certains casse-tête astucieusement conçus pour vous faire tourner en rond autour de combinaisons toujours incomplètes.

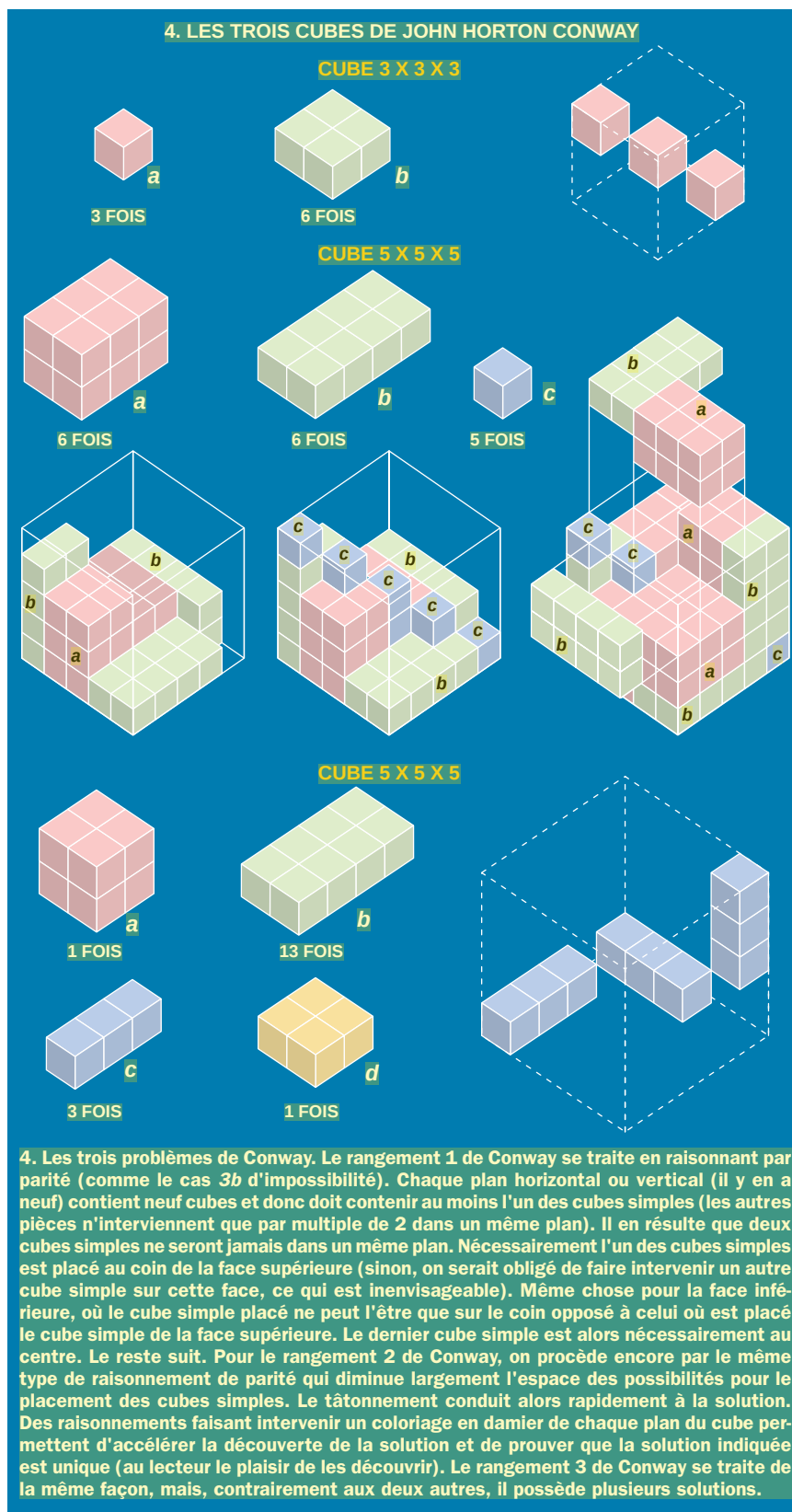
Les trois découpages de John Horton Conway (mathématicien de l'Université de Princeton et inventeur du Jeu de la vie) sont les plus beaux exemples de ces pièges mentaux dont on n'échappe que par le raisonnement. Ces trois casse-tête sont très simples (peu de pièces différentes) et possèdent des solutions très belles, car elles sont symétriques, et on les découvre par des raisonnements astucieux utilisant d'élémentaires remarques de parité (voir la figure 4).

À chaque fois, la propension naturelle que nous avons d'aligner les pièces semblables pour les ranger (ce qui en général est une assez bonne stratégie, car cela réduit les espaces vides) se révèle catastrophique et exactement l'inverse de ce qu'il faut. Le problème 1, malgré son extrême simplicité (six formes de type $2 \times 2 \times 1$ et trois de type $1 \times 1 \times 1$ pour former un cube de côté 3), demandera de longues réflexions. Les plus acharnés des explorateurs aléatoires abandonneront tout espoir de résoudre les deux autres puzzles de Conway : les solutions ne surgissent que d'une réflexion et d'une

compréhension profonde des contraintes imposées par certaines pièces. Ces casse-tête sont remarquables : la présence de nombreuses pièces identiques limite le nombre des combinaisons à explorer, mais ne diminue pas la difficulté, ce qui provoque parfois un certain agacement.

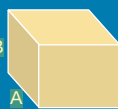
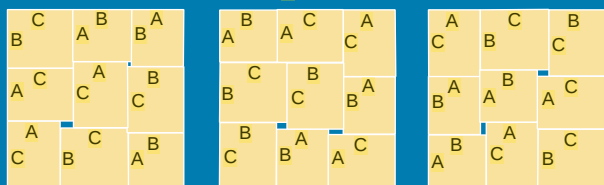
CUBE DE DEAN HOFFMAN

Le cube de Dean Hoffman (qui n'a rien à voir avec le Hoffmann cité à propos des cubes diaboliques) est une autre merveille de simplicité. Il s'agit de ranger 27 parallélépipèdes identiques de côtés A, B, C



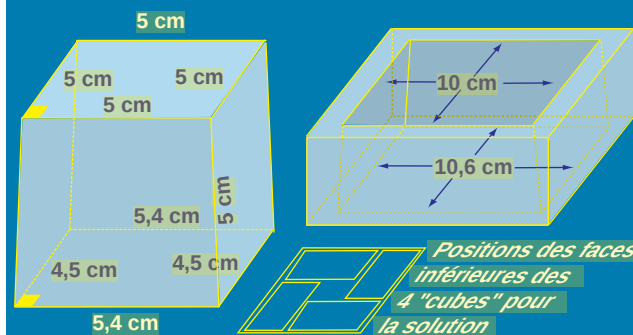
5. LE CUBE DE HOFFMAN

AVEC 27 FOIS :

ON DOIT REMPLIR
(A+B+C) × (A+B+C) × (A+B+C)

UNE DES 21 SOLUTIONS

6. LES CUBES DE CUTLER



dans un cube de côté $A+B+C$ (voir la figure 5). L'inégalité classique, vérifiée pour tout triplet de nombres positifs A, B, C , $27ABC < (A+B+C)^3$, assure que le volume de la boîte est suffisant. Il faut aussi que le plus petit des trois nombres A, B, C soit supérieur à $(A+B+C)/4$. On pourra prendre $A = 4, B = 5, C = 6$. Le casse-tête possède 21 solutions, mais aucune n'est facile à découvrir.

LE CUBE DE SOMA

Plus ludiques, certains ensembles de polycubes peuvent non seulement s'assembler en cubes (pour ranger le jeu dans la boîte), mais autorisent de nombreuses formes tridimensionnelles qui sont autant de casse-tête pour l'amateur.

Le cube de Soma fut inventé par l'écrivain danois Piet Hein, alors qu'il assis-

taît à une conférence sur la physique quantique présentée par Werner Heisenberg. Entendant Heisenberg traiter d'espaces mathématiques complexes, il eut l'intuition, après quelques griffonnages sur un morceau de papier, qu'en prenant toutes les formes possibles composées de trois ou quatre cubes accolés par leurs faces et ne se réduisant pas à un parallélépipède (appelons-les « polycubes complexes de taille inférieure à 5 ») il obtiendrait un ensemble de pièces qui pourrait se combiner en un cube. Son intuition était 240 fois bonne : il y a 240 façons différentes d'assembler les 7 polycubes complexes de taille inférieure à 5.

Le nom « cube de Soma » est une réminiscence du roman de Huxley *Le meilleur des mondes*, où une drogue dénommée Soma plonge ses utilisateurs dans un état d'oubli du monde extérieur qui sera le

vôtre si vous pratiquez ce jeu. Il est relativement facile de trouver un rangement du cube de Soma, car il existe un grand nombre de solutions (vous devez réussir en moins de 10 minutes). Un problème ardu est de trouver un assemblage en cube de côté 3 qui tienne en équilibre sur un petit cube supplémentaire placé sous le cube central de la face inférieure du puzzle assemblé. Il existe au moins deux solutions.

Sur la figure 6, nous avons indiqué quelques configurations tridimensionnelles réalisables avec les pièces du cube de Soma. Il en existe des dizaines d'autres. Réaliser ces sculptures tridimensionnelles est vraiment très distrayant.

Il est aussi amusant de constater que la manipulation prolongée de ces pièces confère une habileté qui vous donne accès aux solutions plus rapidement que lors des premiers problèmes. C'est là un exemple remarquable de l'adaptabilité de l'esprit humain qui, sans travail conscient et sans efforts particuliers de raisonnement ou de mémorisation, développe des compétences par la simple confrontation prolongée avec un problème. Le jour où nous saurons programmer des machines de telle façon qu'elles disposent de cette capacité d'apprentissage automatique, nous aurons fait un gros progrès vers l'intelligence artificielle.

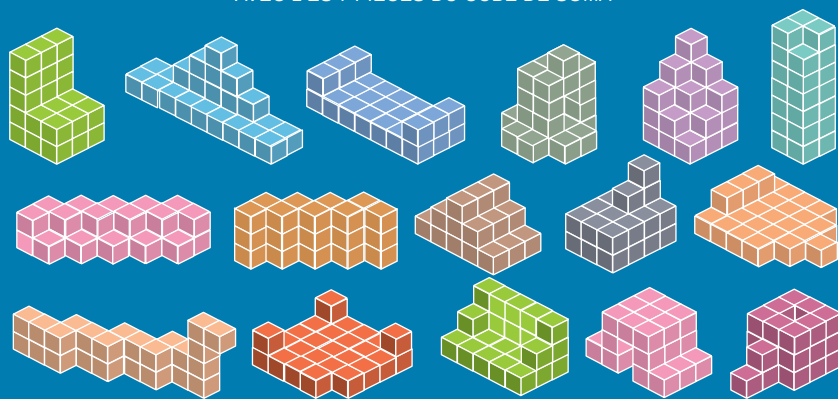
7. LES CUBES DE SOMA



UTILISER LES 7 PIÈCES POUR FAIRE UN CUBE $3 \times 3 \times 3$ QUI TIENNE EN ÉQUILIBRE SUR UN PETIT CUBE.



CHAQUE FIGURE PEUT ÊTRE OBTENUE AVEC LES 7 PIÈCES DU CUBE DE SOMA



DIFFICILES PENTACUBES

Les pentacubes plans (assemblages de 5 cubes tous placés dans un même plan) sont au nombre de 12 (on les obtient en donnant de l'épaisseur aux pentaminos : pièces obtenues en accolant 5 carrés les uns aux autres). Ils possèdent donc au total un volume de $5 \times 12 = 60$, et il est donc envisageable de les assembler en un parallélépipède de dimension $3 \times 4 \times 5$. C'est effectivement possible... de 3 940 façons différentes ! Comme pour le cube de Soma, on peut construire d'autres formes avec les pentacubes plans (voir la figure 7). Prévenons le lecteur que, malgré le grand nombre de solutions que