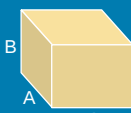
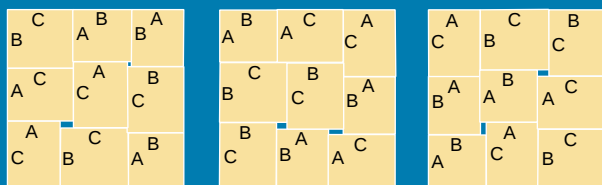


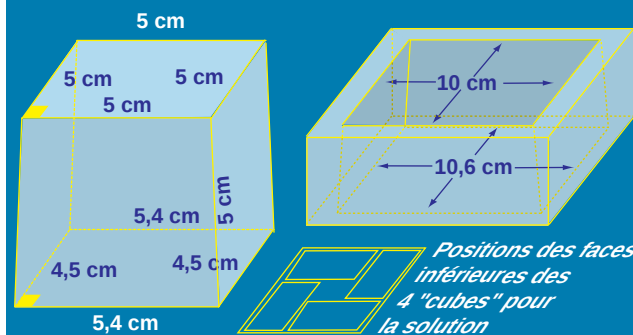
5. LE CUBE DE HOFFMAN

AVEC 27 FOIS :

ON DOIT REMPLIR
(A+B+C) × (A+B+C) × (A+B+C)

UNE DES 21 SOLUTIONS

6. LES CUBES DE CUTLER



dans un cube de côté $A+B+C$ (voir la figure 5). L'inégalité classique, vérifiée pour tout triplet de nombres positifs A, B, C , $27ABC < (A+B+C)^3$, assure que le volume de la boîte est suffisant. Il faut aussi que le plus petit des trois nombres A, B, C soit supérieur à $(A+B+C)/4$. On pourra prendre $A = 4, B = 5, C = 6$. Le casse-tête possède 21 solutions, mais aucune n'est facile à découvrir.

LE CUBE DE SOMA

Plus ludiques, certains ensembles de polycubes peuvent non seulement s'assembler en cubes (pour ranger le jeu dans la boîte), mais autorisent de nombreuses formes tridimensionnelles qui sont autant de casse-tête pour l'amateur.

Le cube de Soma fut inventé par l'écrivain danois Piet Hein, alors qu'il assis-

taît à une conférence sur la physique quantique présentée par Werner Heisenberg. Entendant Heisenberg traiter d'espaces mathématiques complexes, il eut l'intuition, après quelques griffonnages sur un morceau de papier, qu'en prenant toutes les formes possibles composées de trois ou quatre cubes accolés par leurs faces et ne se réduisant pas à un parallélépipède (appelons-les « polycubes complexes de taille inférieure à 5 ») il obtiendrait un ensemble de pièces qui pourrait se combiner en un cube. Son intuition était 240 fois bonne : il y a 240 façons différentes d'assembler les 7 polycubes complexes de taille inférieure à 5.

Le nom « cube de Soma » est une réminiscence du roman de Huxley *Le meilleur des mondes*, où une drogue dénommée Soma plonge ses utilisateurs dans un état d'oubli du monde extérieur qui sera le

vôtre si vous pratiquez ce jeu. Il est relativement facile de trouver un rangement du cube de Soma, car il existe un grand nombre de solutions (vous devez réussir en moins de 10 minutes). Un problème ardu est de trouver un assemblage en cube de côté 3 qui tienne en équilibre sur un petit cube supplémentaire placé sous le cube central de la face inférieure du puzzle assemblé. Il existe au moins deux solutions.

Sur la figure 6, nous avons indiqué quelques configurations tridimensionnelles réalisables avec les pièces du cube de Soma. Il en existe des dizaines d'autres. Réaliser ces sculptures tridimensionnelles est vraiment très distrayant.

Il est aussi amusant de constater que la manipulation prolongée de ces pièces confère une habileté qui vous donne accès aux solutions plus rapidement que lors des premiers problèmes. C'est là un exemple remarquable de l'adaptabilité de l'esprit humain qui, sans travail conscient et sans efforts particuliers de raisonnement ou de mémorisation, développe des compétences par la simple confrontation prolongée avec un problème. Le jour où nous saurons programmer des machines de telle façon qu'elles disposent de cette capacité d'apprentissage automatique, nous aurons fait un gros progrès vers l'intelligence artificielle.

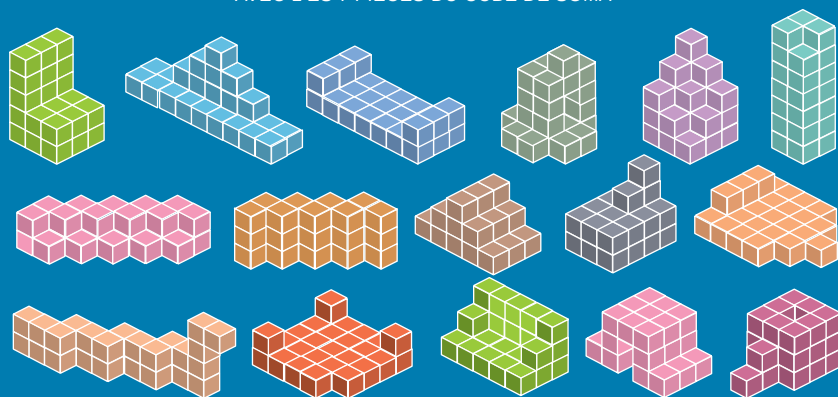
7. LES CUBES DE SOMA



UTILISER LES 7 PIÈCES POUR FAIRE UN CUBE $3 \times 3 \times 3$ QUI TIENNE EN ÉQUILIBRE SUR UN PETIT CUBE.



CHAQUE FIGURE PEUT ÊTRE OBTENUE AVEC LES 7 PIÈCES DU CUBE DE SOMA



DIFFICILES PENTACUBES

Les pentacubes plans (assemblages de 5 cubes tous placés dans un même plan) sont au nombre de 12 (on les obtient en donnant de l'épaisseur aux pentaminos : pièces obtenues en accolant 5 carrés les uns aux autres). Ils possèdent donc au total un volume de $5 \times 12 = 60$, et il est donc envisageable de les assembler en un parallélépipède de dimension $3 \times 4 \times 5$. C'est effectivement possible... de 3 940 façons différentes ! Comme pour le cube de Soma, on peut construire d'autres formes avec les pentacubes plans (voir la figure 7). Prévenons le lecteur que, malgré le grand nombre de solutions que

possède chacun de ces problèmes, aucun n'est facile : imbriquer douze pièces est plus délicat qu'imbriquer 7 pièces. Le cube de Soma, c'est pour les enfants ; les pentacubes plans, pour les adultes !

Une autre illustration de l'idée que l'assemblage d'un cube peut avoir un très grand nombre de solutions sans qu'au-

cune soit facile à découvrir est le casse-tête des 25 Y. Il s'agit de ranger 25 pentacubes de la forme de l'y (qui ont un volume total de 125) dans une boîte cubique de côté 5 (qui a elle aussi un volume de 125). Il existe des centaines de solutions, mais aucune n'est évidente. Un problème encore plus difficile a été résolu sans ordinateur

par David Klarnier (qui en avait cherché la solution pendant plusieurs années) : le casse-tête des 25 N (on remplace le pentacube Y par le pentacube N). Une étude par programme menée par J. Verhoeff a établi que seules 4 solutions existent, ce qui fait sans doute de ce casse-tête le plus difficile des problèmes cités dans cet article. J'ignore ces quatre solutions, de même que j'ignore les solutions des problèmes de pentacubes que je présente dans la figure 8. Lecteurs, au travail !

LES CUBES DE CUTLER

Pour terminer, voici un problème d'apparence très simple : quatre pièces identiques de forme presque cubique, mais pas tout à fait (voir la figure 6), doivent être rangées dans une boîte d'allure parfaitement anodine. «Cela ne peut pas être difficile», croyez-vous. Pourtant, avec les pièces et la boîte inventées par le mathématicien Bill Cutler, vous changerez d'avis. Vous réussirez à placer sans difficulté une, deux, trois pièces dans la boîte, mais il sera alors impossible d'y faire entrer la quatrième. L'astuce est qu'il faut ranger les pièces en dehors de la boîte (en plaçant la face carrée de chaque pièce au-dessus et les faces rectangulaires au sol selon un schéma symétrique, chaque pièce tournée de 90° par rapport à ses voisines). En saisissant les quatre pièces simultanément, leurs bases se resserrent et elles entrent alors dans la boîte d'un seul coup : on peut placer les quatre pièces ensemble, mais pas les unes après les autres ! Là encore, je doute qu'aucun programme ait jamais été écrit qui traite un tel problème.

Jean-Paul DELAHAYE est professeur d'informatique à l'Université de Lille.

APMEP (Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public), *Jeux 3, Jeux pour la tête et les mains*, 1990.

E. BERLEKAMP, J. CONWAY et R. GUY, *Winning Ways for Your Mathematical Plays*, t. II, Ac. Press, Orlando, 1982.

S. COFFIN, *Puzzle Craft*, Trevor Wood T.W. Puzzles (28 Alexandra Crescent, Ilkley, L29, 9ER Angleterre), 1993.

K. HOLMES et R. VAN GROL, *A Handbook of Cube-Assembly Puzzles Using Poly-cubes Shapes*, pilot edition, 1996.

Pr. HOFFMANN, *Puzzles Old and New*, Frederick Warne and Co, Londres, 1893.

J. SLOCUM et J. BOTERMANS, *Puzzles Old and New. How to Make Them*. University of Washington Press, Seattle, 1994.

P. VAN DELFT et J. BOTERMANS, *Creative Puzzles of the World*, Key Curriculum Press (P.O. Box 2304, Berkeley, CA 94702, États-Unis), 1995.

