

JEU-CONCOURS N° 53

PIERRE TOUGNE

Calculatrice rudimentaire

Une calculatrice arithmétique simple ne peut effectuer que les quatre opérations fondamentales : addition, soustraction, multiplication et division, plus l'extraction de racine carrée. Comment calculer une racine cubique à la précision de la machine (classiquement huit chiffres significatifs)? L'idée la plus simple est de procéder par dichotomie. Prenons l'exemple du calcul de la racine cubique de 10. On part d'une estimation par défaut et par excès, disons 2 et 3. On prend le

milieu de l'intervalle, soit 2,5 dont on compare le cube à 10, il est supérieur, donc le résultat cherché est dans l'intervalle [2, 2,5] et l'on recommence jusqu'à ce que l'intervalle soit inférieur à la précision d'affichage de la calculatrice. Il faut 26 itérations du processus pour obtenir le résultat 2,1544346. Ce procédé est long, utilise l'addition, la multiplication et la division, suppose de mémoriser les résultats intermédiaires et enfin demande de prendre une décision à chaque étape du

processus. Sauriez-vous trouver un algorithme itératif n'utilisant que la multiplication et la racine carrée pour calculer la racine cubique d'un nombre?

Envoyez vos réponses aux questions sur carte postale à *Pour la Science*, 8, rue Férou, 75006 Paris. Parmi les réponses exactes reçues pendant le mois de novembre 1998, dix gagnants tirés au sort recevront un livre.

RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N° 51

Pour analyser ce jeu de soustraction, il suffit de procéder à une analyse rétrograde.

Explicitons le procédé sur le jeu normal en base 5. Sur le tableau de la figure 1, la ligne supérieure indique le chiffre joué et la colonne de gauche le nombre affiché avant la soustraction. Dans chaque case du tableau, on place le chiffre 1 si le coup est gagnant, le chiffre 0 si le coup est perdant.

Comment remplit-on le tableau? Tout d'abord, les lignes -3, -2, -1 sont remplies de 1, car l'affichage étant négatif, l'autre joueur avait déjà perdu au coup précédent. La ligne 0 est remplie de 0, car tout coup du joueur aboutira à un résultat négatif, et donc toutes les positions de la ligne sont perdantes. Prenons maintenant la case (1,1) en bleu : les seuls coups jouables par le deuxième joueur sont les cases en bleu de la ligne supérieure qui sont toutes perdantes, donc la case (1,1) est gagnante pour le joueur, et l'on met un 1 dans celle-ci. Passons à la case (1,2) en rouge ; les réponses de l'adversaire sont les cases en rouge de la deuxième ligne supérieure qui sont gagnantes pour le deuxième joueur, donc la case (1,2) est perdante pour le joueur, et l'on met un 0 ; et ainsi de suite.

Afin d'automatiser le procédé, il est commode de se faire un cache montré sur la figure 2. Un carré du bas étant sur la case à remplir, on regarde les chiffres dans les trois cases correspondantes (par exemple, la troisième case à gauche correspond aux rectangles de la troisième rangée à partir du bas). Si au

		CHIFFRE JOUÉ			
		1	2	3	4
NOMBRE AFFICHÉ AVANT LA SOUSTRACTION	-3	1	1	1	1
	-2	1	1	1	1
	-1	1	1	1	1
	0	0	0	0	0
	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	0
	3	0	0	1	0
	4	1	0	1	1
	5	0	0	0	0
	6	1	0	0	1

Figure 1

Figure 2

moins un 1 apparaît dans les cases vides de la rangée, on met un 0 dans la case et l'on met un 1 dans le cas contraire. Le tableau de la figure 1 montre le remplissage jusqu'à la ligne 6. Si on le prolonge, on voit très vite que les lignes se reproduisent avec une période 5 et que toutes les lignes $5 \times k$ (en base 10) ne comportent que des 0 et sont perdantes pour le premier joueur.

Pour la variante à qui perd gagne, il suffit d'invertir les 1 et les 0 des quatre premières lignes et de recommencer le remplissage sur le même principe : on découvre alors que les positions perdantes du premier sont $5 \times k + 4$ (en base 10). En base 6, les résultats sont $9 \times k$ pour le jeu normal et $9 \times k + 4$ ($k > 0$) pour le jeu à qui perd gagne.

Pour les bases supérieures, l'analyse manuelle devient vite impossible, mais un tableur ou un petit programme en *basic* font cela très bien. Que trouve-t-on? Après un début irrégulier, le tableau devient périodique (ce qui est prévisible), et il y a toujours des valeurs perdantes pour le premier joueur (ce qui est bien moins évident). Les périodes pour les bases de 2 à 12 sont données pour les deux variantes dans le tableau de la figure 3. Deux constatations s'imposent : après un début assez régulier, ces périodes sont assez imprévisibles et peuvent même décroître! D'autre part, ces périodes sont en général identiques dans les deux variantes, sauf pour les bases 9 et 12. L'espoir de trouver une règle générale me semble très hypothétique. Aucun lecteur ne l'a trouvée, mais c'est un défi. Que les médaillés Fields se mobilisent...

BASE	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PÉRIODE JEU NORMAL	2	3	4	5	9	57	114	183	645	501	120
PÉRIODE JEU INVERSE	2	3	4	5	9	57	114	18	645	501	1503

Figure 3

L'hippopotame aussi

Quand on le lance en l'air, le chat retombe sur ses pattes. Un autre animal possède ce don : l'hippopotame. Curieusement – alors que l'aptitude du chat à retomber d'aplomb est bien connue – celle de l'hippopotame n'a jamais été mise en évidence. Peut-être vous demandez-vous alors comment je sais qu'il la possède. C'est pourtant simple : je le sais parce que c'est vrai ! Je n'ai pas besoin d'attendre la confirmation expérimentale. (C'est l'avantage d'être un théoricien.) Pourquoi personne n'a-t-il encore eu la curiosité de lancer un hippopotame, et de le voir se récupérer habilement sur ses pattes (c'est un beau spectacle) ? Sans doute les chercheurs craignent-ils que l'animal, retombant dans la boue qui lui sert d'habitat, ne les éclabousse.

Tu enfanteras dans la douleur

« **C**'est 90 % de souffrance et 10 % de bonheur », affirme Laurent Jalabert dans *Le Monde* (12-13 juillet 1998). L'étonnant n'est pas que cette personnalité soit un coureur cycliste : *Le Monde* s'est – récemment, mais fermement – reconverti en journal fana du sport. L'étonnant est que Jalabert utilise quasi-

ment les mêmes termes qu'une autre personnalité, le mathématicien Alain Connes, interviewé voici quelques années : « Nous souffrons 90 % du temps », disait-il. Étrange constance de la proportion... Quel critère, alors, orientera un jeune masochiste vers le métier de mathématicien ou vers celui de coureur ?

Ceux qui en ont le goût pourraient entreprendre une collection de citations, dues aux professionnels les plus divers – écrivains, artistes, sportifs, scientifiques – reprenant toutes ce même thème. Il n'existe pas de spécialité qui ne mène à 90 % de souffrance (au moins !) quand on veut y exceller. Dure condition humaine.

X - files

Depuis que Descartes l'a utilisée pour désigner les inconnues, la lettre X fait une carrière magnifique. Elle a servi aux rayons X, ainsi baptisés initialement parce que leur nature était mystérieuse. Elle sert de réconfort aux victimes qui, à défaut de se venger d'un agresseur inconnu, se consolent en portant plainte contre X. Enfin, les étudiants les plus habiles à trouver les valeurs prises par l'inconnue X gagnent le droit d'entrer dans la Grande École, conséquemment surnommée X, ce qui est un premier pas vers la gloire.

S'il n'y a pas loin des inconnues à la gloire, il n'y a pas loin non plus de l'inconnu à l'anonymat. Or l'anonymat est cher aux adeptes de certains types de spectacles. C'est pour cela, j'imagine, que cette même lettre X désigne les films porno. Il y a beaucoup de sagesse dans cet usage : même vénale, même mimée grossièrement pour subvenir aux besoins des productions de films pour quartiers de gares, il y a toujours, dans la rencontre avec l'autre, un inconnu abyssal, tout le mystère du X.

Le passé est un mystère

Du nez de Cléopâtre à la maladie de Cromwell, en passant par le succès ou l'échec des attentats contre les tyrans, le rôle du hasard dans les affaires humaines donne le vertige. Mais s'agit-il bien de hasard ? La réponse à cette question diffère selon que l'événement considéré a déjà eu lieu, ou s'il est au contraire à venir, donc objet de craintes ou d'espoirs. Selon l'historien Jean Stengers, une étonnante dissymétrie sépare nos perceptions du passé et de l'avenir : le hasard s'applique au passé, guère à l'avenir.

Quand il pense à l'avenir, l'homme est habité de croyances – croyances en des forces bien ou malveillantes, en une bonne ou mauvaise étoile personnelle, en la possibilité d'infléchir les forces dont il dépend. Tout cela s'efface quand il se tourne vers le passé : « Que l'on songe aux innombrables prières adressées à Dieu pour qu'il évite aux hommes telle ou telle catastrophe. Que reste-t-il de cela lorsqu'on écrit l'histoire ? Pratiquement rien. Tout le vocabulaire, chargé d'idées et de sentiments, qui sert au présent et à l'avenir – le destin, la chance, la malchance, la veine, la poisse, la bonne fortune, la bonne étoile, la Providence, la baraka, le mauvais sort, l'injustice du sort, la bonté de Dieu, les aptitudes spéciales des saints – tout cela est presque complètement balayé, quand il s'agit du passé, au profit d'un mot et d'une idée : le hasard.

« Des mots chargés d'affectivité sont remplacés par un terme parfaitement neutre et froid. Toutes les forces que l'on croit voir en action dans le monde présent et futur sont obliées au profit de l'incompréhensible. C'est le hasard, à peu près seul, qui occupe le passé. » (Jean Stengers, *Vertige de l'historien*, Les empêcheurs de penser en rond, 1998.)

L'impossible négativisme

On connaît l'ironie de cet homme préhistorique gravant de mystérieux hiéroglyphes sur une paroi tout en disant à son *Homo sapiens* de voisin : « Ça ne veut rien dire, mais ça les rendra fous dans 10 000 ans. »

D'autres beaux esprits, plutôt que s'exténuer à chercher le sens éventuel d'un texte obscur, déclarent sèchement qu'il n'en a pas. Ainsi ont procédé les physiciens A. Sokal et J. Bricmont. On s'en souvient, leur livre, *Impostures intellectuelles*, réunit des citations d'auteurs « postmodernes » suivies d'un blâme affirmant que les textes cités ne veulent rien dire. En réaction vient de paraître un livre collectif dont le titre sans surprise, *Impostures scientifiques* (La Découverte, 1998), annonce clairement l'intention : continuer la guerre. De cet ensemble inégal, retenons une remarque de Jean-Michel Salanskis : « L'affirmation qu'un texte n'a pas de sens est l'affirmation théorique la plus ambitieuse et la plus difficile à étayer qui soit. Établir qu'une phrase n'a pas de sens exigerait qu'on détienne une vue *a priori* des modes de la construction du sens, couvrant effectivement la multiplicité vertigineuse des possibilités en la matière, tenant compte de l'incidence de toutes les connivences et les partages de culture notamment. Je condamne donc la légèreté qu'il y a à professer dogmatiquement – et avec agacement par surcroît – que des phrases n'ont pas de sens. »

La position de J.-M. Salanskis a de la beauté. Seulement, les bluffeurs existent, semble-t-il : doit-on s'interdire tout moyen de les épinglez ? Et puis, même si J.-M. Salanskis a raison dans l'absolu, il faut une rare noblesse d'âme pour renoncer à ce plaisir grisant entre tous qui consiste à décréter que tel ou tel texte n'a aucun sens, donc que son auteur est un charlatan, donc que les lecteurs qui le prennent au sérieux sont des imbéciles...