

qu'ils contiennent? On en arrive aux problèmes de l'organisation de la matière et de son évolution vers une complexité croissante, matière divisée, condensée, organisée, matière vivante, matière pensante. Un vaste programme !

Mes conseils pratiques à un jeune chimiste? Apprends pour comprendre bien sûr, mais, surtout, garde un contact direct avec la matière, fais des expériences pour cultiver cette faculté de transformer la matière. Toutefois, ne reste pas

le nez collé à la paillasse, car ce métier de chimiste est aussi plein de grandes idées. Regarde autour de toi les grandes questions et traduis-les dans ton langage de chimiste. S'il y a un risque de te laisser griser par des idées générales, la paillasse te ramènera au concret, à la réalisation qui laisse sa marque dans la matière. La chimie aide à suivre le précepte de San Antonio : «Dans la vie, il faut choisir, mon prince, s'écouter parler ou se faire entendre». Sois donc fier

de ce que tu fais, de ce pouvoir sur la matière que te donne la chimie, de cette capacité qu'elle a de créer molécules nouvelles et matériaux nouveaux, qui relève d'une faculté créatrice, semblable à celle de l'art.

Jean-Marie LEHN est professeur au Collège de France et directeur du Laboratoire de chimie supramoléculaire ISIS – ULP-CNRS ESA-7006, à Strasbourg.



L'intelligence en mathématique

ALAIN CONNES

J'éprouve une certaine réticence à parler d'intelligence, car j'ai toujours considéré les mathématiques comme une école quotidienne d'humilité. Je me méfie lorsqu'un mathématicien se vante de ses succès sans mentionner ses échecs. En revanche, je saisis volontiers l'occasion de parler de mathématiques et de la difficulté qu'il y a à décrire de l'extérieur l'activité du mathématicien : l'employée de maison d'un mathématicien célèbre, interrogée sur l'activité de celui-ci, répondit qu'il passait son temps, dans son bureau, à écrire sur des bouts de papier qu'il jetait ensuite consciencieusement à la poubelle. L'activité du mathématicien pose ainsi un problème spécifique qui a trait à la nature de la réalité mathématique.

Si toute science ne se réduit pas à son objet, le physicien, le chimiste, le géologue ou l'astronome savent quel est l'objet de leur travail : à diverses échelles, ils étudient la structure et l'organisation de la matière. L'existence d'un monde matériel extérieur est un *a priori* simple, qui n'est remis en cause qu'en mécanique quantique. La distinction entre invention et découverte est également claire : on invente des outils nouveaux d'exploration, tel le microscope à effet tunnel ; on découvre des structures, telle la double hélice de l'ADN.

En mathématiques, le problème est différent : l'évidence des considérations précédentes fait place à une interrogation philosophique légitime devant la difficulté qu'il y a, pour un mathématicien, à spécifier, devant un matérialiste pur et

dur, la nature de la réalité mathématique et du travail de mathématicien. Pour situer le problème, il convient d'opposer, d'une part, les «platoniciens», qui se considèrent comme les explorateurs d'un «monde mathématique» dont l'existence ne fait pour eux aucun doute et dont ils découvrent la structure et, d'autre part, les «formalistes» qui se retranchent derrière une attitude sceptique, les mathématiques n'étant pour eux qu'une suite de déductions logiques dans un système formel, une sorte de langage purifié.

Pour le non-mathématicien, les mathématiques apparaissent trop souvent comme un jeu sans autre objet que celui d'aiguiser l'acuité intellectuelle ; elles sont généralement rencontrées et utilisées comme un langage. Le chimiste ou le biologiste, par exemple, doivent parfois utiliser le langage mathématique pour préciser leur pensée. Cette utilisation du langage mathématique, avec l'intérêt génératif et déductif qui est propre à tout langage, donne au scientifique non mathématicien l'impression de comprendre le sens des mathématiques, en même temps qu'elle fait croire que les mathématiques se réduisent à un langage. Ce point de vue est cohérent avec celui des formalistes, qui a donc *a priori* la sympathie du scientifique non mathématicien.

Les mathématiciens ont deux sources vigoureuses d'expérimentation et d'information directes : l'espace physique, source de la géométrie, et les entiers naturels, source de la théorie des nombres. Un nombre entier est premier, tel 1997,

s'il n'a pas d'autre diviseur que 1 et lui-même. Une expérimentation simple avec les nombres, par exemple compris entre 1 et 100 ou entre 1 et 1 000, montre que la liste des nombres premiers semble continuer indéfiniment. Une exploration plus poussée, à l'aide d'un ordinateur, n'infirme pas cette impression, mais ne peut en rien la prouver, puisque la vérification d'un tel énoncé nécessiterait une infinité de calculs (c'est ce que l'on appelle un énoncé de type universel).

Le travail du mathématicien consiste à remplacer la constatation expérimentale par une preuve. Pour les nombres premiers, ce travail remonte à Euclide. Que dit le résultat? Qu'à toute personne qui prétendra avoir trouvé le plus grand de tous les nombres premiers, disons $2^{132\,049} - 1$, on pourra rétorquer «vous vous trompez» et expliquer une méthode par laquelle on trouvera un nombre premier plus grand. On se heurte ainsi à une réalité, tout aussi contraignante que la réalité extérieure familière ; dit autrement, peu importe le temps que nous laisserions à quelqu'un pour trouver le plus grand nombre premier, nous savons l'entreprise vouée à l'échec.

En démontrant qu'il n'existe pas de plus grand nombre premier, le mathématicien réussit à dévoiler un aspect – ici, l'infinité des nombres premiers – d'une réalité tout aussi mystérieuse et *a priori* incohérente que la réalité qui nous entoure. S'il veut entrevoir comment cette infinité de nombres premiers est répartie parmi les nombres entiers, l'expérimentation peut être largement aussi déroutante que n'importe quelle exploration du monde