

JEU-CONCOURS N° 54

PIERRE TOUGNE

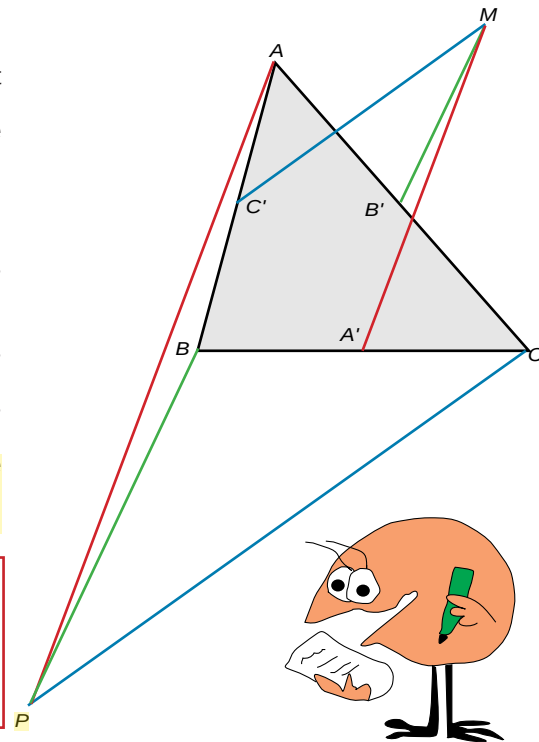
Géométrie «shadok»

Un grand principe des shadoks est : «Pourquoi faire simple quand on peut faire compliqué?»

Voici une transformation géométrique qu'ils auraient pu inventer. Soit ABC , un triangle quelconque du plan et A' , B' et C' les milieux respectifs des côtés BC , AC et AB . M étant un point quelconque du plan, on trace par A la droite parallèle à MA' , par B la droite parallèle à MB' et enfin par C la droite parallèle à MC' (voir la figure). Ces trois droites concourent en un point P (à démontrer), et l'on a ainsi défini une transformation géométrique de M en P .

Quelle transformation géométrique simple se cache derrière cette construction?

Envoyez vos réponses aux questions sur carte postale à *Pour la Science*, 8, rue Férou, 75006 Paris. Parmi les réponses exactes reçues pendant le mois de décembre 1998, dix gagnants tirés au sort recevront un livre.



RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N° 52

Rappelons les trois relations définissant la fonction $A(m, n)$: (1) $A(0, n) = n + 1$, $n \geq 0$; (2) $A(m, 0) = A(m - 1)$, $m > 0$; et, (3) $A(m, n) = A(m - 1, 1 + A(m, n - 1))$, $m, n > 0$.

L'examen de la formule (3) montre que, pour calculer $A(m, n)$, il faut connaître $A(1, n)$, $A(2, n)$, ..., $A(m - 1, n)$. Commençons par $A(1, n)$: d'après (1) et (2), on a $A(1, 0) = A(0, 1) = 2$. D'autre part, (3) et (2) permettent d'écrire $A(1, n) = A(0, A(1, n - 1)) = A(1, n - 1) + 1$, c'est-à-dire que $A(1, n)$ est donné par une progression arithmétique de raison 1 et de premier terme 2, soit $A(1, n) = n + 2$ (4). De même pour $A(2, n)$, les relations (2), (3) et (4) permettent d'écrire $A(2, 0) = A(1, 1) = 3$ et $A(2, n) = A(1, A(2, n - 1)) = A(2, n - 1) + 2$, soit une progression arithmétique de raison 2 dont la solution est $A(2, n) = 2n + 3$ (5). Pour $A(3, n)$, (2), (3) et (5) conduisent à $A(3, 0) = A(2, 1) = 5$ et $A(3, n) =$

$A(2, A(3, n - 1)) = 2A(3, n - 1) + 3$. De cette dernière relation, on déduit : $A(3, n) + 3 = 2(A(3, n - 1) + 3)$, c'est-à-dire que $A(3, n)$ est donné par une progression géométrique de raison 2, d'où $A(3, n) = 2^{n+3} - 3$ (6). Enfin (2), (3) et (6) donnent les relations suivantes :

$A(4, 0) = A(3, 1) = 13$; $A(4, n) = A(3, A(4, n - 1)) = 2^{A(4, n - 1) + 3} - 3$.

En explicitant l'expression de $A(4, n)$ pour $n = 1, 2, 3, 4$, on obtient :

$A(4, 1) = 2^{16} - 1 = 65\,533$; $A(4, 2) = 2^{65\,536} - 3$; $A(4, 3) = 2^{2^{65\,536}} - 3$; $A(4, 4) = 2^{2^{2^{65\,536}}} - 3$.

L'écriture décimale de $A(4, 4)$ comporterait approximativement $10^{10^{19\,728}}$ chiffres ! Il est difficile d'imaginer la croissance explosive de cette fonction quand on lit sa définition récursive. Une telle fonction a été introduite par le logicien W. Ackermann dans ses travaux sur la récursivité.

Manchots inspireurs

Ce qui suit n'est pas un commentaire savant de l'article de Yann Tremblay et Yves Cherel sur les manchots (voir *Pour la Science*, octobre 1998), mais c'était vraiment trop tentant. On peut aussi le considérer comme une astuce mnémotechnique. Naturellement, toute ressemblance avec une chanson connue serait parfaitement intentionnelle.

Dans l'île d'Amsterdam
Y a des gorfous sauteurs
Affamés, qui réclament
Aux premières lueurs.
Dans l'île d'Amsterdam
Y a des gorfous plongeurs
Et qui sans répit rament
Dans l'eau des profondeurs.

Et ils plongent et ils plongent
Et ils replongent encore
S'arrêtant tout à coup
Dans un commun accord.
Alors cessant leur nage
Alors le regard fier
Ils ramènent leur plumage
Jusqu'en pleine lumière.

Maurice CLERC, Annecy

Porteurs sains

Dans l'article *Les pandémies de choléra* (voir *Pour la Science* n° 252, octobre 1998), il est introduit la notion de porteur sain. Autant cette notion est classique dans le cas de maladies génétiques, autant elle m'apparaît plus obscure en ce qui concerne une infection microbienne comme le choléra. Un porteur sain présente-t-il une souche du vibron moins virulente ? Une quantité insuffisante de vibrons ? Des défenses immunitaires plus efficaces ?

Mathieu LEGROS, Lyon

Réponse de P. Berche

Les êtres humains sont profondément inégaux devant les maladies et, particulièrement, devant les maladies infectieuses. En effet, très souvent le contact avec un agent infectieux ne déclenche pas une maladie clinique, mais seulement un portage asymptomatique attesté par l'apparition d'anticorps. Ainsi, dans le cas du choléra, près de 90 pour cent des sujets en contact avec la bactérie pathogène ne présentent aucun symptôme, alors même qu'ils s'immunisent contre *Vibrio cholerae*. Ces porteurs éliminent pendant quelques jours un taux relativement important de bactéries dans leurs

selles. Ces bactéries ont la même virulence que celles qui déclenchent le choléra, et les porteurs sains concourent de façon majeure à propager la maladie. Cette inégalité devant la maladie est probablement d'origine génétique, les porteurs asymptomatiques pouvant être, par exemple, insensibles à la toxine cholérique qui déclenche la diarrhée. Dans d'autres cas, il peut s'agir d'un effet de barrière de la flore digestive normale qui diffère d'un individu à l'autre et gêne l'action de la toxine ou l'implantation des bactéries sur la muqueuse, ou encore de défenses immunitaires non spécifiques ou spécifiques du fait de contacts préalables avec des toxines ou des adhésines qui ressemblent aux facteurs de virulence de *Vibrio cholerae*. Les porteurs sains existent pour de nombreux agents pathogènes. Le portage est habituellement de courte durée, mais peut, dans quelques cas, durer des années.

Le mal de dos

Parmi les causes «mystérieuses» du mal de dos (voir *Pour la Science*, octobre 1998), on trouve presque toujours et essentiellement le mauvais chaussage. Les chaussures ne respectent pas les pieds, ni dans leur construction ni dans leurs fonctions. Un talon d'un seul millimètre soulève le côté interne du calcanéum, pilier postérieur de la voûte interne du pied. Dévié jusqu'à 15 degrés par rapport à l'axe du pied nu, l'axe des semelles de chaussures déporte le point d'appui naturel du pilier antérieur de la voûte plantaire interne. Les têtes des métatarsiens sont comprimées dans des largeurs de chaussures plus étroites que les pieds nus, les bouts étriés resserrent les orteils les uns contre les autres jusqu'à les faire se chevaucher et les mettre «en marteau» ; parfois, et notamment dans les chaussures d'enfant, des soutiens de la voûte interne suppriment son rôle primordial d'amortisseur.

Les répercussions sont multiples et concernent l'ensemble corporel. Le constant déséquilibre des appuis du pied sur le sol transforme la position et les mouvements du genou, la position et les mouvements des hanches, ceux de la ceinture pelvienne, ceux de toute la colonne vertébrale, donc la position de la tête, avec les nombreuses conséquences sur les yeux, sur l'occlusion des mâchoires, etc.

Il semble que le mal de dos est ressenti plus spécifiquement lors de la phase d'installation des déformations. Faire taire la douleur, signal d'alarme qui ne se met pas en route tout seul, ne remédie rien et même aggrave

le problème, car les déformations s'établissent alors sans bruit.

Mais la lombalgie (sans cause pathologique réelle et sérieuse) est loin d'être une fatalité. Dès le jeune âge, marcher pieds nus le plus souvent possible, porter des chaussures adaptées au pied comme s'il était nu, utiliser la force de réaction dans le moindre geste de la vie quotidienne, enfin apprendre son corps comme on apprend le français ou les mathématiques sont des moyens de prévention utiles, épargnant ainsi un coût socio-économique important.

Thérèse LEFEBVRE DETERPIGNY,
Neuilly-sur-Seine

Réponse de Xavier Phelip

Parmi les très nombreuses causes possibles de «mal de dos», les troubles morphostatiques du pied peuvent effectivement avoir une place. Un chaussage inapproprié peut aussi accentuer le niveau des douleurs. Le mécanisme invoqué est celui du retentissement des anomalies statiques des membres inférieurs sur la fonction de la colonne vertébrale. Ainsi, les troubles statiques du pied peuvent influencer sur le fonctionnement des muscles, des ligaments et des articulations vertébrales dont le rôle dans les douleurs du dos est bien souligné dans l'article.

On ne peut cependant considérer comme habituel le rôle du chaussage dans le déclenchement du mal de dos. Il est surtout un élément d'aggravation et peut ajouter ses effets à ceux d'autres causes, qui sont souvent nombreuses et intriquées. Ces intrications rendent par ailleurs difficile l'évaluation exacte du rôle des anomalies du pied dans le mal de dos.

Malgré ces imprécisions, l'examen des pieds et de la statique des membres inférieurs nus et chaussés est une démarche logique en présence d'une douleur rachidienne, et la correction du chaussage peut être une mesure utile.

Pyramides

Il est fort possible que la grande pyramide de Gizeh, ou pyramide de Khéops, n'ait été construite que par 10 000 hommes (voir *Une main-d'œuvre pharaonique ?*, *Pour la Science*, novembre 1998). En revanche, ce n'est pas celle qui est au centre de l'illustration présentée : il s'agit de la pyramide de Képhren, un peu plus petite. La pyramide de Khéops est au fond, et l'effet de perspective la fait paraître sensiblement plus petite. La pyramide de Mykérinos, située devant, est effectivement la plus petite.

M. MAMA, Paris