

Photogram-Stone Images



Bulles de savants

IAN STEWART

À propos de films où les mousses coincent la bulle.

Première devinette : quel solide possède 20 sommets, 30 arêtes et 12 faces, chacune ayant 5 côtés ? Le dodécaèdre. Seconde devinette : quel solide a 22,9 sommets, 34,14 arêtes et 13,39 faces, chacune de 5,103 côtés ? Vous pensez peut-être à un fractal tarabiscoté ? Ce n'est pas la bonne piste : le solide est familier. Recherchez-le en buvant un verre de bière, en prenant une douche ou en faisant la vaisselle.

Même avec ces indications, vous aurez du mal à deviner, car la question était biaisée : le solide en question n'a les propriétés annoncées qu'en moyenne et, de surcroît, ce n'est pas un vrai solide. C'est la mousse, qui est composée de myriades de bulles, lesquelles sont de minuscules polyèdres irréguliers. En moyenne, les bulles d'une mousse ont 22,9 sommets, 34,14 arêtes et 13,39 faces. Une bulle moyenne ressemblerait à un «tridéca-et-des-poussières-èdre».

Les mathématiques des bulles et de la mousse sont nées dans les années 1830, bien après l'invention du savon, lorsque le physicien belge Joseph Plateau plongea des cadres en fils de fer dans de l'eau savonneuse. Malgré 170 années de recherches, on ne comprend pas plusieurs des phénomènes observés par Plateau.

Par exemple, personne n'a démontré la conjecture de la double bulle, qui

stipule que la forme adoptée par deux bulles adjacentes est composée de trois surfaces sphériques (voir la figure 3). En 1995, Joel Hass, de l'Université de Californie, et Roger Schlafly, de la Société *Real Software*, ont démontré cette conjecture pour deux bulles de même volume.

LES SURFACES MINIMALES

En 1829, Plateau se brûla les yeux alors qu'il observait le Soleil à l'œil nu pendant 25 secondes. Il en resta aveugle, mais continua de contribuer toute sa vie à ce domaine des mathématiques éminemment visuel : la géométrie dans l'espace.

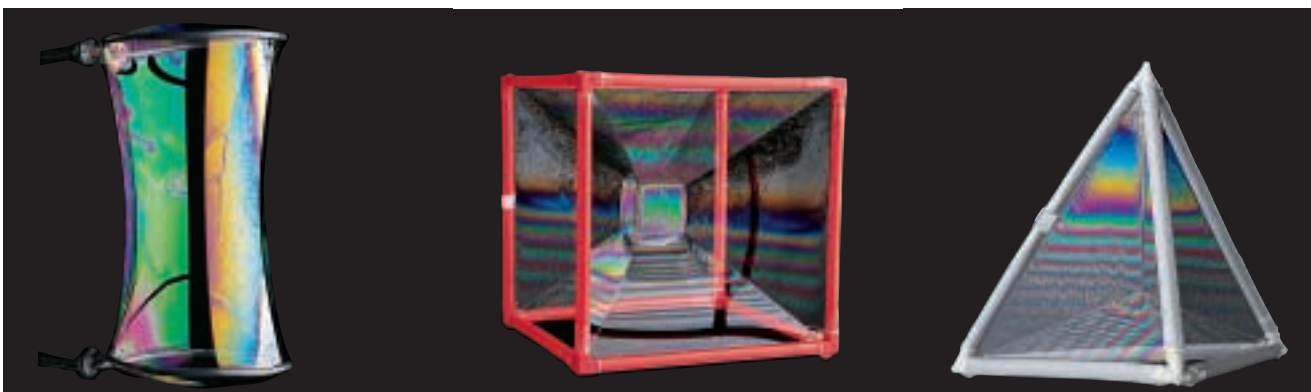
Les bulles et les films de savon appartiennent à la famille mathématique très étudiée des surfaces minimales : des surfaces répondant à certaines contraintes et dont l'aire est minimale. Cette minimisation de l'aire découle du principe universel de minimisation de l'énergie. Puisque l'énergie de tension d'un film de savon est proportionnelle à sa surface, l'énergie des bulles est minimale quand l'aire l'est.

Un film de savon à l'équilibre est comparable à une surface mathématique d'épaisseur nulle : son épaisseur, de l'ordre de un milliardième de mètre, est négligeable. Sans aucune contrainte, une bulle de savon évolue jusqu'à ce que son

aire soit nulle, mais on leur impose généralement de contenir un volume précis ou d'avoir leur frontière sur une certaine surface ou sur une certaine courbe. Par exemple, une bulle qui se pose sur une table est une demi-sphère : c'est la plus petite surface entourant un volume donné (l'air emprisonné dans la bulle) et ayant sa frontière sur un plan.

Plateau s'est intéressé aux surfaces dont la frontière est une courbe imposée. Il matérialisait les courbes par un fil ou par plusieurs fils soutenus par un cadre. Par exemple, quelle est la surface minimale dont la frontière est formée de deux cercles parallèles, de même rayon ? Le mathématicien suisse Leonhard Euler, le «prince des mathématiques», démontra que la véritable surface minimale ayant une telle frontière n'est pas un cylindre, mais un caténoïde, formé par rotation d'une courbe en U, nommée chaînette, autour de la droite passant par les deux centres des cercles.

La chaînette est la courbe que prend naturellement une chaîne homogène pendue à deux crochets (ici à la même hauteur). Elle ressemble à une parabole avec un rien d'embonpoint près du sommet. Deux fils de fer circulaires plongés dans de l'eau savonneuse illustrent le théorème d'Euler en faisant apparaître le caténoïde dans toute sa splendeur (voir la figure 1).



1. Les films de savon forment toujours des surfaces d'aire minimale. Par exemple, le film de savon s'appuyant sur deux cercles de même axe (à gauche) a une forme de caténoïde. Sur un cadre cubique (au milieu) ou tétraédrique (à droite), des films de savon forment des surfaces quasi planes dont les intersections forment des angles précis.

Photographies de Michael Dalton, Fundamental Photographs