

La preuve par cinq

«**L'**histoire des sciences est une science», titre la revue *Axiales*. Par récurrence, il existe donc une infinité de sciences : l'histoire de l'histoire de l'histoire..., etc., des sciences est encore une science. Voilà qui est un peu difficile à concevoir, mais cette difficulté n'est rien comparée à celle qui nous attend face à un cas concret.

André Kolmogorov (1903-1987), illustre mathématicien russe fondateur de la théorie moderne des probabilités, fit d'abord des études d'histoire. À dix-sept ans, il exposa au séminaire de l'historien Bakhrouchine, à Moscou, certaines conclusions tirées de son analyse des registres des taxes médiévales à Novgorod. Puis il demanda à Bakhrouchine s'il était d'accord. Bakhrouchine répondit : «En histoire, jeune homme, il nous faut au moins cinq preuves avant de pouvoir tirer la moindre conclusion.» Le lendemain même, Kolmogorov se lançait dans les mathématiques. Son article, retrouvé après sa mort, est aujourd'hui approuvé par les historiens.

Cette anecdote le laisse clairement entendre : les mathématiciens sont plus futés que les historiens. Voilà une conclusion qui en vaut une autre, mais sommes-nous en droit de la considérer comme acquise ? C'est là que l'abîme s'ouvre sous nos pas. Les mathématiques sont une

science ; donc leur histoire est une science ; or, en sciences, une preuve suffit ; donc l'anecdote ci-dessus suffit à prouver la conclusion. Parfait. Mais l'histoire des mathématiques est de l'histoire ; or, en histoire, il faut cinq preuves ; donc l'anecdote ne suffit pas, il faut au moins quatre autres preuves. Alors ?

Je précise que l'anecdote est racontée par Vladimir Arnold, que ce dernier est mathématicien et qu'il n'est pas connu pour sa bienveillance à l'égard des tournures d'esprit qui lui sont étrangères.

La recherche des simples...

Pourquoi faire simple quand on peut faire compliqué ? Cette question n'en est pas une. C'est une phrase toute faite, qu'on prononce pour se moquer de ceux qui suivent un chemin biscornu sans voir le chemin rectiligne menant au même but. Derrière l'ironie de la phrase, il faut entendre : faire compliqué n'est pas normal. Mais les choses sont-elles... si simples ?

D'abord, on a le droit d'aimer mieux la profusion baroque que la sobriété classique. Faire simple ? Les baroques sont trop raffinés pour cela : «Laissons le simple aux simples !» Après les chapelles romanes viennent les églises du gothique flamboyant ou les basiliques rococo.

En sciences, un autre phénomène se produit. Quand on demande à des étudiants de trouver un exemple d'une situation donnée, ils cherchent presque toujours des exemples trop compliqués, ce qui les fait échouer. Cela ne tient pas à leur inexpérience, c'est vraiment une tournure de l'esprit humain. De nombreux chercheurs en ont témoigné : les idées «naturelles» ne sont pas celles qui viennent d'abord. Souvent, la première démonstration proposée pour un théorème est compliquée, et il faut un effort supplémentaire pour la simplifier.

Bref, la question initiale manquait de pertinence. La véritable question, vitale, est beaucoup plus épineuse : pourquoi faire simple est-il si souvent plus difficile, moins spontané, que faire compliqué ?

Label égalitaire

Depuis Orwell, on sait que «égal» peut signifier «supérieur» : «Tous les animaux sont égaux, mais certains sont plus égaux que d'autres», écrit-il dans son livre *La ferme des animaux* pour caricaturer le système soviétique.

Voici maintenant un cas où «égal» signifie «inférieur». Lors du vernissage d'une exposition, l'organisateur déclare, sur un ton mondain, à la veuve du peintre : «Votre époux avait un talent de portraitiste qui fait de lui l'égal des plus grands.» Aucun doute : si on n'est que l'égal des plus grands, c'est qu'on n'en est pas un.

Comment les mathématiciens font-ils pour croire que leur démarche est rigoureuse, alors que leur symbole favori, le signe $=$, signifie tout et son contraire !

Lapsus linguae

Quelle tristesse : de valeureux universitaires s'échinent à préparer un grand congrès, et le secrétariat fiche tout par terre en révélant d'avance la réponse aux débats qui vont agiter les congressistes ! C'était pourtant un beau sujet, que «les langages scientifiques». Mais patatras ! Une des feuilles annonçant le congrès est intitulée : «Les langages scientifiques». Poser la question en faisant une faute d'orthographe pareille, c'est y répondre : il n'est qu'un langage scientifique, à savoir l'anglais. Pour découvrir ça, inutile de se fatiguer à aller écouter de lointaines conférences.

Informatique, corrections, CNRS et Université...

La plaie du métier d'enseignant, c'est la correction des copies. Je n'en connais aucun qui n'éprouve un noir accablement lorsqu'il voit arriver son paquet. Pour autant, la profession n'a pas sauté de joie en apprenant que deux Américains ont conçu un logiciel de correction automatique (*Le Monde*, 17 novembre 1998). Outre un certain scepticisme, la crainte du chômage, que connaissent les professions menacées par l'informatique, empêche de se réjouir. Comme quoi ce sont les corvées qui nous font vivre.

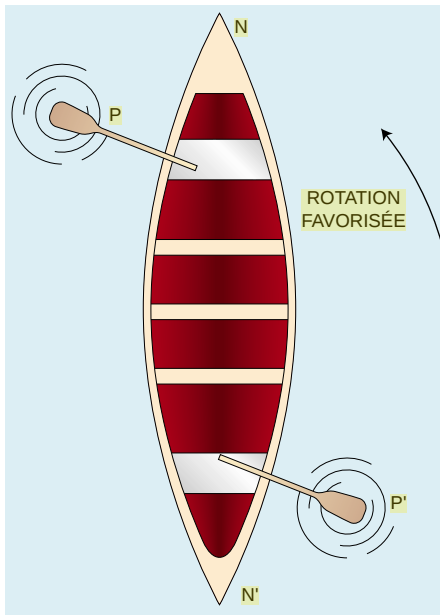
Interrogé par *Le Monde*, un spécialiste critique le logiciel, qui garde une marge d'erreur de 20 pour cent. «Peut-on tolérer la plus petite incertitude lorsqu'il s'agit de noter les copies ?», demande-t-il. Bel optimisme ! Pour ma part, je n'ai pas la conscience assez tranquille pour oser me draper dans cette attitude vertueuse. Mon énervement, croissant de la première à la dernière copie, n'engendrerait aucune incertitude sur ma notation ? Allons donc ! Dois-je en conclure que j'exerce mon ministère plus mal que mes collègues ? Pas sûr. C'est facile pour ce spécialiste de juger intolérable la moindre incertitude. Car, s'il est spécialiste des logiciels, il n'a en revanche aucune raison de l'être des copies : l'heureux homme est au CNRS. Quand on pense qu'un motif favori de chamaillerie entre universitaires et membres du CNRS est que les premiers ont à assurer une corvée à laquelle les seconds échappent – la correction des copies, bien sûr –, on en vient à se demander si *Le Monde* n'a pas choisi ce spécialiste-là exprès pour le plaisir de raviver la guerre !

Analogie pour l'anagyre

La pierre qui tourne de préférence dans un sens (voir *L'anagyre*, *Pour la Science*, janvier 1999) me semble analogue à un canoë à deux pagaies bloquées (voir l'illustration). Le canoë flotte sur l'eau et, au repos, les deux pagaies affleurent juste la surface. Si le canoë oscille en plongeant son nez *N*, la pagaie *P* heurte l'eau et la repousse vers la droite : le canoë tourne à gauche. Même effet si c'est l'autre nez qui plonge. Une oscillation de tangage provoque donc une rotation vers la gauche.

Lorsque le canoë tourne autour de son axe vertical, dans le sens opposé des aiguilles d'une montre, si *N* plonge, la pagaie *P* est rejetée hors de l'eau et le mouvement est peu perturbé. En revanche, si le canoë tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, et que le nez *N* plonge, la pagaie s'enfonce plus et l'oscillation du nez augmente : le mouvement de rotation est freiné, puis inversé.

Pierre-Gilles de GENNES, Paris



Culture et intelligence

Dans *Les tests d'intelligence sont-ils intelligents ?* (voir *Pour la Science*, décembre 1998), Robert Sternberg mentionne les travaux de Michael Cole sur les Kpellés de Guinée. Il a raison de dire que les Kpellés classent les objets selon leur fonction et les Occidentaux selon des catégories. Mais il ne faudrait pas en déduire que ce sont deux modes de pensée différents. Le développement cognitif de l'homme passe par des étapes qui s'emboîtent et s'intègrent les unes aux autres pour arriver vers des structures complexes et stables. Le jeune enfant occidental

associe «pomme à manger», «orange à manger»...ce sont des similitudes. Puis il conclut que ce sont des éléments comestibles et que ces éléments sont différents d'autres éléments comestibles puisque ce sont des fruits : ce sont des catégories. Ce que l'on constate chez les Kpellés, c'est tout simplement une étape de développement, une structure mentale suffisante dans le mode de vie des Kpellés.

Andréas CHRISTODOULOU, Lyon

Modélisation à grande échelle

Dans *Les cataractes géantes de l'océan* (voir *Les humeurs de l'océan*, *Dossier Pour la Science*, octobre 1998), John Witehead émet des doutes sur la validité des résultats des modèles physiques, à cause de la petite taille des tables tournantes. Il est vrai qu'il existe dans le monde plusieurs dizaines d'installations de diamètre inférieur à 1,5 mètre, qui ne sont pas adaptées à la simulation des grandes échelles. Mais cette réserve ne s'applique pas à l'installation de l'équipe *Coriolis* du Laboratoire des écoulements géophysiques et industriels (UJF, CNRS, INPG), à Grenoble, qui a 14 mètres de diamètre. Construite à la fin des années 1950 pour l'étude d'un projet d'usine marémotrice dans la baie du Mont Saint-Michel, elle permet aujourd'hui, avec de nouveaux équipements, d'étudier tous les types de processus physiques que l'on rencontre dans la nature, en tenant compte de la rotation terrestre, de la stratification des eaux et de la topographie.

Henri DIDELLE, Grenoble

Consanguinité

Dans *L'instructive histoire des noms de famille* (voir *Pour la Science*, janvier 1999), Jean-Marie Legay et Michel Vernay écrivent que le coefficient de parenté généalogique entre deux cousins germains, défini comme la probabilité qu'ils possèdent un allèle commun provenant de leur grand-père, est de 1/16. Ce résultat est obtenu en faisant le produit des probabilités de transmission d'un allèle donné de père à fils, soit 1/2, en remontant d'un garçon jusqu'à son grand-père, puis en redescendant au cousin germain du garçon. Avec ce calcul, le coefficient de parenté généalogique entre deux frères A et B est de 1/4. Il me semble qu'il devrait plutôt être de 1/2 : si on appelle P1P2 la *i*^{ème} paire de chromosomes du père de A et B, et M1M2 la même paire de chromosomes de leur mère, les deux fils ont chacun quatre possibilités pour cette paire :

P1M1, P1M2, P2M1, P2M2 ; supposons que A ait la paire P1M1 ; B aura 2, 1, 1 ou 0 chromosomes en commun avec A, soit en moyenne $2/4 + 1/4 + 1/4 + 0/4 = 1$ chromosome en commun avec A. Le même raisonnement pouvant être mené pour chaque paire de chromosomes, les deux frères ont donc en moyenne la moitié de leurs chromosomes en commun.

David BLUM, Grenoble

Réponse de Jean-Marie Legay

Le coefficient de parenté entre deux individus est la probabilité que, un allèle de leur ancêtre commun étant donné, ils en aient hérité tous les deux. Entre cousins germains, il est bien de 1/16 ; entre frères, de 1/4 ; entre demi-frères, grand-père et petit-fils, oncle et neveu, et double cousins germains, de 1/8. Ces résultats sont obtenus en appliquant des formules présentées par Gustave Malécot en 1948 dans *Les mathématiques de l'hérédité* (éditions Masson). Le raisonnement est fondé sur la prise en considération des chaînes de parenté qui relient les deux individus concernés à leurs ancêtres communs (avec sommation des probabilités obtenues selon les différents chemins).

Dé équitable

Dans l'article *Champernowne et quelques autres* (voir *Pour la Science*, décembre 1998), Jean-Paul Delahaye propose, au cours d'une incursion éclair dans l'espace physique, de tirer des chiffres au hasard avec un dé équitable à dix faces. L'épithète équitable est heureuse. Elle fixe l'attention et aide à rappeler qu'il n'y a pas de polyèdre régulier convexe à dix faces. À défaut, il existe l'icosaèdre, qui possède 20 faces. En numérotant deux fois, de zéro à neuf, ces vingt faces, le dé obtenu permet de tirer à chaque lancer un chiffre avec une probabilité de 0,1. Si l'on utilise un dé du commerce (voir la photographie), dont les faces sont numérotées de 1 à 20, il suffit d'ignorer les chiffres des dizaines.

Jean BREIL, Caluire



Écrivez à *Pour la Science* vos réactions, vos commentaires et vos réflexions sur l'actualité scientifique et vos relations avec la science. L'adresse de *Pour la Science* : tribune@pourlascience.com. Indiquez Tribune des lecteurs dans la rubrique objet.