



6. CE MÂLE BÉLOSTOME *ABEDUS HERBERTI* d'Arizona transporte les œufs qu'il a fécondés et qui ont été collés sur son dos par la femelle. Il maintient les œufs humides et aérés.

souffrent pas d'être confinés à la plante. Robert Smith, de l'Université d'Arizona, explique de même les rassemblements de bélostomes dans les mares : les mâles n'ont pas besoin d'errer, puisque les femelles viennent à eux.

Le dernier recours

Malgré ces exemples, de nombreux insectes évitent de s'occuper de leurs jeunes, qu'ils protègent de façons variées. Certains cachent les œufs à l'aide d'ovipositeurs perforants (des appendices en forme d'épée, utilisés pour la ponte), d'autres recouvrent les œufs d'un revêtement impénétrable. Certaines espèces ne «mettent pas tous leurs œufs dans le même panier» : elles les dispersent ainsi dans le temps et dans l'espace. Cette dernière stratégie est efficace : quand un prédateur découvre l'une des pontes, il n'accède qu'à une petite fraction du nombre total d'œufs déposés par la mère. Lorsqu'on empêche une femelle *Gargaphia* de protéger sa ponte (souvent supérieure à 100 œufs), 56 pour cent des œufs sont détruits par les prédateurs avant d'éclore. En revanche, la punaise

Corythucha ciliata, en déposant 33 petites pontes sur différentes feuilles, ne perd que 16 pour cent de ses œufs.

Pourquoi certains insectes continuent-ils de prodiguer des soins à leur progéniture ? L'importance du coût des soins parentaux dépend de la perte de fécondité correspondante. Quand l'arrivée de l'hiver ou la limitation des ressources diminuent la future production d'œufs, les soins parentaux deviennent parfois un comportement valable.

Par exemple, les femelles de la punaise fouisseuse *Parastrachia japonensis* n'élèvent leurs jeunes que sur les fruits tombés des arbres *Schoepfia*. Elles doivent limiter leur reproduction à la courte période d'abondance de ces fruits. La quantité de nourriture ne permet à la femelle que d'avoir une seule grosse ponte, qu'elle surveille et alimente pendant des semaines. Elle n'a pas d'autres occasions de se reproduire.

La plupart des espèces qui s'occupent de leurs jeunes n'ont qu'une ponte (cette limitation est due aux changements saisonniers, à la rareté des ressources ou à d'autres phénomènes écologiques). Les entomologistes comprennent mieux la disparité des soins

parentaux dans le monde des insectes lorsqu'ils les considèrent en termes de modes reproducteurs (une seule ponte ou plusieurs plus petites). Alors que les soins parentaux sont coûteux et inutiles pour les insectes qui ont la possibilité d'étaler la reproduction dans le temps et dans l'espace, ils peuvent constituer le seul moyen d'assurer la survie de la progéniture de ceux qui vivent dans des conditions plus rudes.

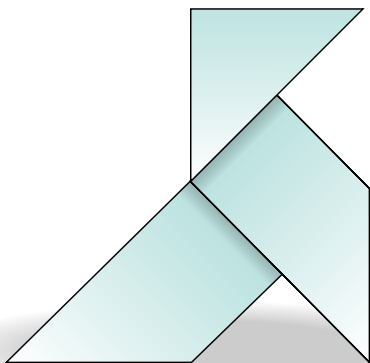
Douglas TALLAMY est professeur d'entomologie à l'Université du Delaware.

Douglas W. TALLAMY, *Insect Parental Care*, in *BioScience*, vol. 34, n° 1, pp. 20-24, janvier 1984.

D.W. TALLAMY et L.A. HORTON, *Costs and Benefits of the Egg-Dumping Alternative in Gargaphia Lace Bugs* (Hemiptera : Tingidae), in *Animal Behavior*, vol. 39, pp. 352-360, février 1990.

T.H. CLUTTON-BROCK, *The Evolution of Parental Care*, Princeton University Press, 1991.

The Evolution of Social Behavior in Insects and Arachnids, sous la direction de Jae C. Choe et Bernard J. Crespi, Cambridge University Press, 1997.



Pliages et origami

IAN STEWART

Les mathématiques jettent un pont entre un art ancien et une technique moderne.

L'origami, c'est-à-dire l'art du pliage de papier, a de nombreuses relations avec les mathématiques. Ce mois-ci, nous examinerons ses contributions à la théorie des pavages et au génie mécanique.

Je me suis intéressé à l'origami grâce à un ingénieur hongrois, Tibor Tarnai, qui a récemment publié un remarquable article sur ce sujet (*Folding of Uniform Plane Tessellations*, in *Origami Science & Art*, sous la direction de Koryo Miura, Otsu, Shiga, Japon). T. Tarnai mentionne que l'un des phénomènes que les ingénieurs s'efforcent de comprendre est celui du flambement des structures : toute structure qui est soumise à des forces excessives se déforme (flambement) ou se rompt. Le flambement de feuilles minces de métal est particulièrement intéressant, car ces structures ont une résistance considérable malgré leur faible masse. La mieux connue est la canette en aluminium pour les boissons, un chef-d'œuvre de production industrielle.

Quand un cylindre de métal est comprimé selon son axe, il reste cylindrique jusqu'à ce que les forces atteignent une valeur critique, la charge de flambement. Puis le cylindre s'écroule soudain. Au cours d'expériences de laboratoire,



Mat Collins

1. La structure de Yoshimura correspond au mode principal de flambement d'un cylindre.

toutefois, on peut limiter la déformation, par exemple en ajustant un cylindre un peu plus petit que celui que l'on teste à l'intérieur de celui-ci. On analyse ainsi les premières étapes de la déformation.

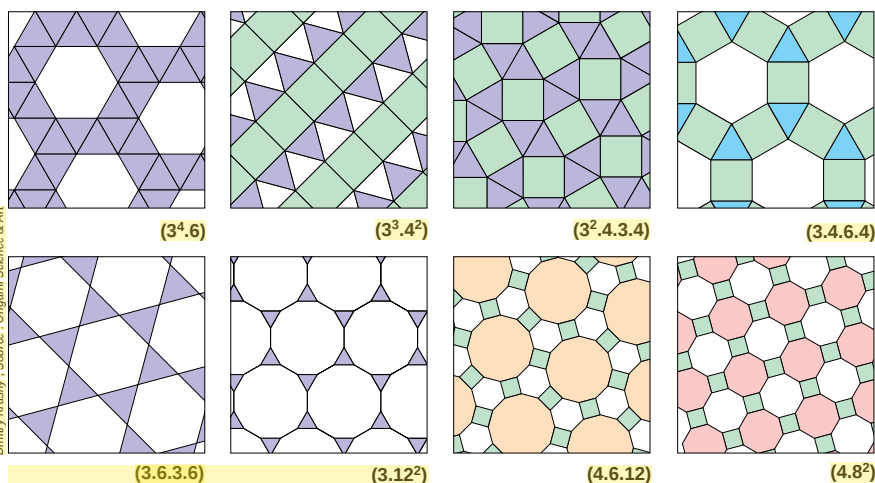
Pour un cylindre métallique, le flambement engendre une superbe struc-

ture symétrique, composée de losanges. Cette structure ressemble beaucoup à celles que l'on obtient en pliant une feuille de papier en triangles et en l'enroulant en cylindre. Le papier se déforme alors comme la feuille de métal.

Le premier type de déformation est nommé structure de Yoshimura (voir la figure 1). On obtient la structure de Yoshimura en pavant le plan à l'aide de triangles isocèles.

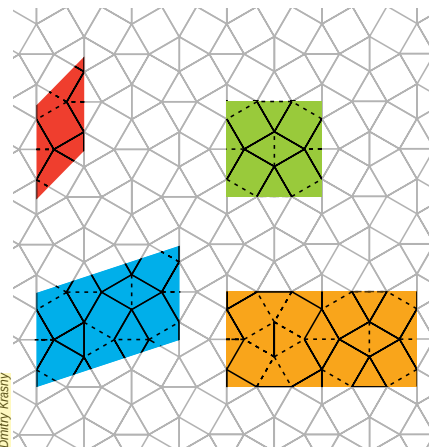
T. Tarnai s'est demandé si d'autres pavages du plan pouvaient être pliés de la même façon. On sait depuis longtemps qu'il existe exactement trois types de pavages réguliers et uniformes. Par «régulier», on entend que les pavés sont tous identiques et qu'ils sont des polygones réguliers. Par «uniforme», on entend que les arrangements des pavés sont identiques à chaque sommet. Les pavages réguliers et uniformes sont ceux qui sont composés de triangles équilatéraux, de carrés ou d'hexagones.

Le mathématicien suisse Ludwig Schläfli a démontré en 1850 qu'il existe, en outre, huit pavages uniformes et «semi-réguliers», où tous les pavés sont des polygones réguliers, mais pas nécessairement tous identiques. On



Dmitry Krasny : Source : Origami Science & Art

2. Les huit types de pavages semi-réguliers.



Dmitry Krasny

3. Diagrammes de pliage du pavage (3^2.4.3.4).



Matt Collins

4. Ces cylindres déformés correspondent respectivement aux pliages représentés en rouge, en vert et en orange sur la figure 3.

désigne ces pavages par leur symbole de Schläfli, qui note la nature des pavés autour de chaque sommet.

Par exemple, le nid d'abeilles est noté (6^3) : chaque sommet est à l'intersection de trois hexagones. Les deux autres pavages réguliers et uniformes sont notés (3^6) et (4^4) .

Les pavages uniformes semi-réguliers sont : $(3^4.6)$, $(3^3.4^2)$, $(3^2.4.3.4)$, $(3.4.6.4)$, $(3.6.3.6)$, (3.12^2) , $(4.6.12)$ et (4.8^2) . Par exemple, le pavage $(3.4.6.4)$ a, à chaque sommet, un triangle équilatéral, un carré, un hexagone et un autre carré (voir la figure 2). Dans la structure de Yoshimura, le pavé n'est pas un polygone régulier, de sorte qu'il n'est pas dans la liste. Il correspondrait à la formule (3^6) .

Quelles structures peuvent-elles être pliées selon les arêtes de polygones, de sorte que les faces polygonales restent parfaitement planes ? On peut certainement plier la structure (4^4) en pliant le papier selon des lignes horizontales seulement, ou selon des lignes verticales. Cependant on ne peut plier selon une ligne horizontale et selon une ligne verticale, parce que les pavés doivent se courber en dehors du plan où les plis se croisent.

En 1989, Koryo Miura a démontré qu'aucun pavage où trois arêtes se croisent à un sommet ne peut être plié, ce qui élimine les possibilités (6^3) , (3.12^2) , $(4.6.12)$ et (4.8^2) . Il est aisé de comprendre que les pavages $(3^4.6)$ et $(3.4.6.4)$ ne peuvent pas non plus être pliés.

Des droites traversent les pavages $(3.6.3.6)$ et (4^4) , qui peuvent être pliés selon ces lignes, mais, cette fois encore, les résultats sont peu intéressants. Il ne reste alors que les pavages (3^6) , $(3^3.4^2)$ et $(3^2.4.3.4)$, qui, non seulement peuvent être pliés, mais peuvent être enroulés en cylindre, comme la structure de Yoshi-

mura. Ce sont des pavages qui doivent retenir l'attention des ingénieurs.

En fait, ces trois pavages peuvent être pliés de plusieurs façons. La figure 3 montre quatre façons de plier le pavage $(3^2.4.3.4)$; les segments noirs indiquent les plis en relief, et les pointillés les plis en creux. La figure 4 représente les cylindres plissés correspondants.

La structure des lignes de pliage se répète, dans chaque cas, sur la totalité du plan. Les parallélogrammes coloriés de la figure 3 indiquent la cellule unité. La plus petite cellule unité possible (en rouge) a une superficie égale à deux carrés et trois triangles. L'un de ces carrés est coupé en deux parties qui se recolleraient en un carré si les bords opposés de la cellule unité étaient recollés. T. Tarnai suppose que c'est le seul motif de pliage possible dont la cellule unité contient deux carrés.

La deuxième cellule unité (en vert) contient quatre carrés, et l'on suppose aussi qu'elle est le seul pliage ayant cette particularité. La troisième cellule unité (en bleu) contient six carrés ; il existe plusieurs pliages de ce type, et je vous laisse en trouver d'autres. La dernière cellule unité (en orange) contient huit carrés, et il existe à nouveau plusieurs pliages de ce type. Je vous laisse également chercher les pliages correspondant à (3^6) et $(3^3.4^2)$.

Comme pour la structure de Yoshimura, certains pliages ressemblent à la surface obtenue par écrasement d'un cylindre réel. En outre, l'écrasement peut être modélisé par ordinateur ; il suffit de faire comme si les pavés plans du pavage sont liés par une sorte de matériau élastique. Les résultats sont utiles en architecture et en génie mécanique. C'est toujours un ravissement de voir comment ces mathématiques réconcilient un art ancien et une technique moderne.

- 1- plus de puissance de calcul
- 2- plus de puissance analytique
- 3- des documents plus élaborés
- 4- des graphiques plus étonnants
- 5- ajout de fonctions personnalisées
- 6- une interface visuelle intuitive
- 7- intégration Web
- 8- compatible Windows 95,98,NT

Mathcad 8

Offre de lancement:
Mathcad 8 + Treasury 8

3 750 Fht
au lieu de 4 540 Fht

French version !!!
by
SIGMA PLUS

Distributeur officiel
MATHSOFT

. licence d'entreprise
. support technique
. formation-conseil-études



29 rue Lauriston
75016 PARIS
Tél: 01 44 34 80 00
Fax: 01 44 34 80 01
mathcad@sigmaplus.fr
www.sigmaplus.fr

Tél : 01 44 34 80 00