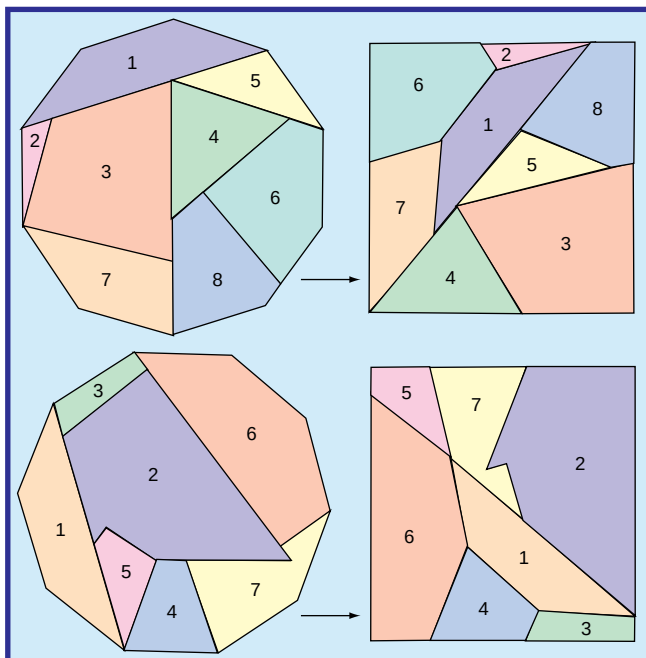
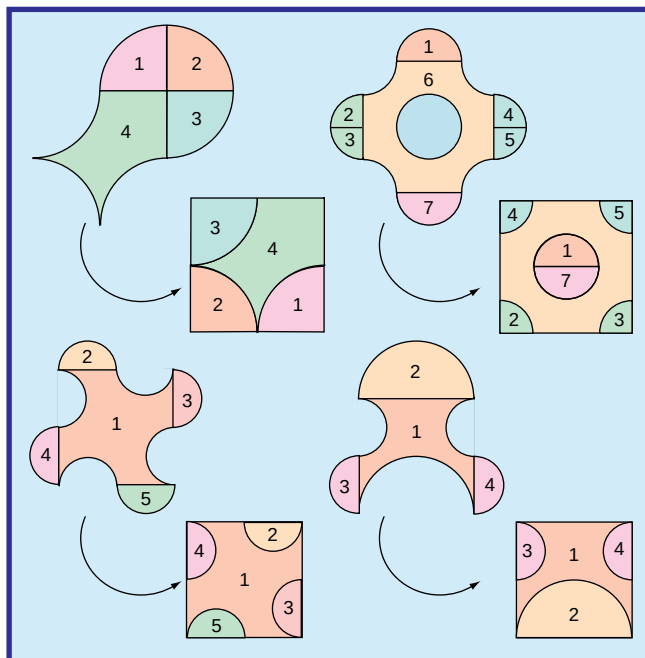
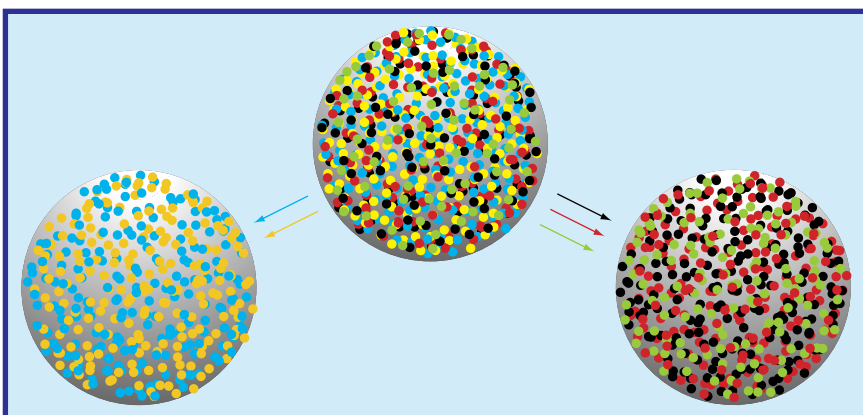




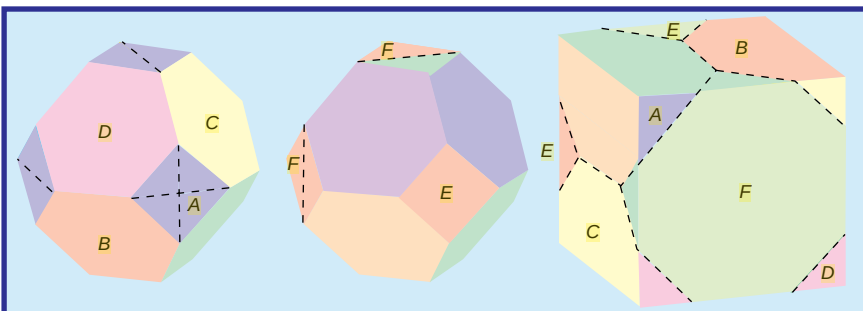
3. Record de découpage. Dans son livre de 1964, le champion mythique des découpages Harry Lindgren propose un découpage du dodéca-gone en carré n'utilisant que huit pièces. Son digne successeur, Gavin Theobald, a réussi le miracle de gagner une pièce. Il est très rare qu'on puisse établir qu'un découpage est optimal ; ici, il paraît invraisemblable qu'on puisse encore gagner une pièce, mais qui sait ?



4. Les Grecs utilisaient des découpages pour évaluer l'aire de mor-ceaux du plan, y compris ceux dont des bords sont curvilignes. Voici des formes appelées lunules dont le découpage permet de calculer l'aire en la ramenant à celle d'un carré. Hippocrate de Chio, vers 430 avant J.-C. voulait «quarrer le cercle». Pour cela, il s'intéressa à la qua-drature des lunules, qui, pensait-il, le conduirait à la solution.



5. La décomposition paradoxale de la sphère ou le paradoxe de Banach-Tarski. Une sphère pleine est composée de points jaunes, bleus, verts, rouges, noirs. Il est possible en déplaçant les points de cette sphère, stipule le théorème, de constituer une sphère pleine composée de points jaunes et bleus et une autre sphère pleine composée de points verts, rouges et noirs. Lors du déplacement, la distance mutuelle de deux points d'une même couleur ne change pas. Les mathématiciens ont démontré que le nombre de sous-ensembles est au minimum égal à 5, correspondant aux cinq couleurs représentées ici.



6. David Paterson et Anton Hanegraaf ont, indépendamment, remarqué qu'on pouvait dissé-quer un cube en six pièces pour obtenir deux octaèdres tronqués.

quelconques ont la même aire, on peut découper le premier, déplacer ses pièces en n'effectuant que des trans-lations et recomposer le second.

GÉOMÉTRIE ENSEMBLISTE

De tels découpages théoriques n'ont aucune traduction physique, et aucune figure de cet article ne vous donnera une idée des pièces de M. Laczkovich qui réalisent la quadrature du cercle. Pourquoi ? Parce que la preuve de leur existence utilise l'axiome du choix et que les pièces des découpages sont d'une telle complexité — pire que les fractales ! — qu'on ne peut pas les représenter de façon réaliste. De surcroît, le «découpage» du disque de M. Laczkovich comporte plus de 10^{50} pièces !

On sait que l'axiome du choix fut l'objet d'âpres discussions lors de la mise au point de la théorie des ensembles et de son adoption par les mathématiciens du début du xx^e siècle. Rappelons que l'axiome du choix affirme que, si E est un ensemble non vide d'ensembles non vides alors on peut constituer un nouvel ensemble en choisissant un élément dans chaque ensemble de E . Ainsi, à partir de l'ensemble $E = \{\{a,b\},\{e,f\},\{g,h\},\{i,j\}\}$, on obtient par choix $\{a,f,h,j\}$. L'axiome du choix ne crée de difficultés que lorsque E est infini, ce qui est le cas en géométrie.

Ce n'est pas la première fois que les problèmes de découpage mettent le