

parallèles fines dont on inverse l'ordre, puis (2) à faire tendre le nombre de tranches vers l'infini. Ne pouvait-on pas éviter ce passage par l'infini pour une question aussi géométrique et aussi simple ? Gerling lui répondit quelques jours plus tard qu'il suffisait de découper les deux polyèdres symétriques en tétraèdres (ceux provenant du premier polygone seront symétriques de ceux provenant du second) et de savoir transformer par dissection polyédrale un tétraèdre en son symétrique, transformation dont il montrait la possibilité. Pour cette transformation d'un tétraèdre quelconque en son symétrique, Gerling proposait un découpage en 12 morceaux, qui depuis a été amélioré en un découpage en six morceaux. Le problème de Gauss était résolu.

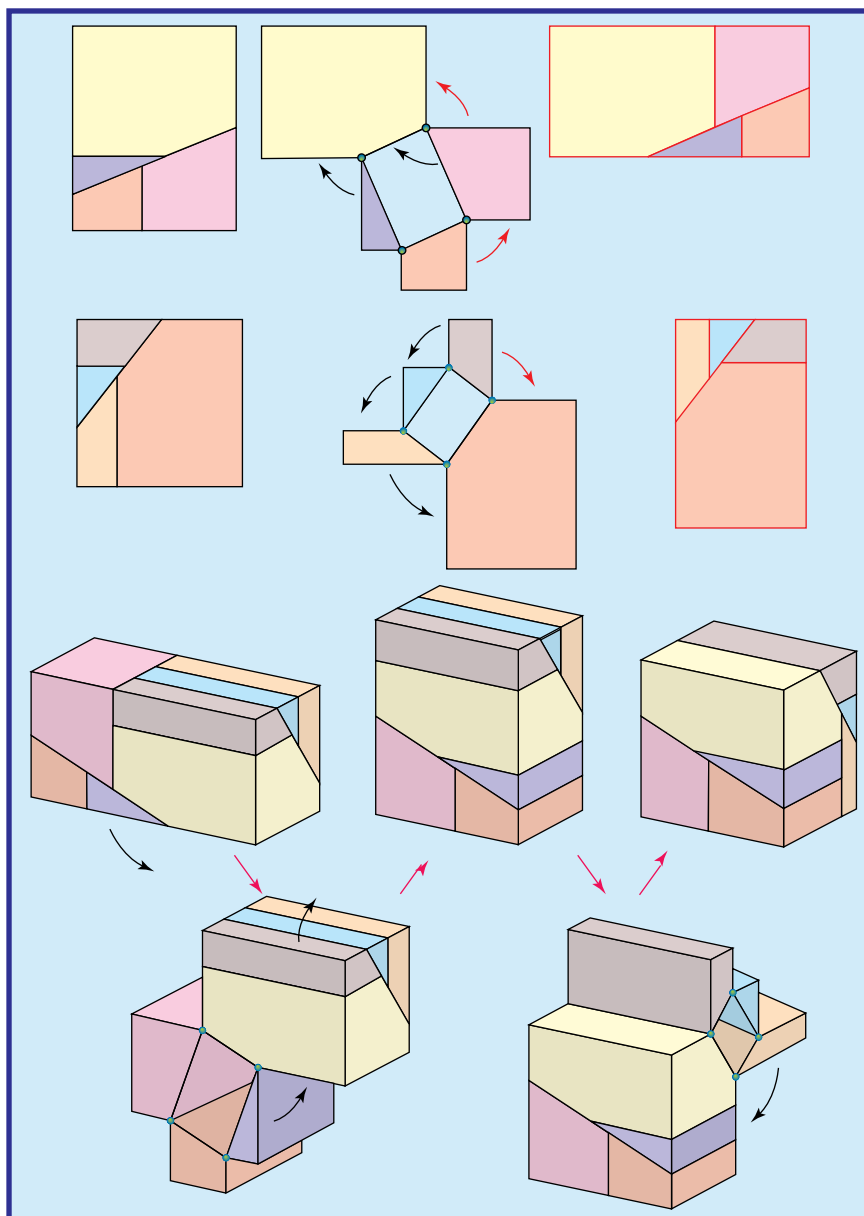
DODÉCAÈDRE RHOMBIQUE

Malgré le résultat négatif de Dehn selon lequel le tétraèdre régulier ne peut se décomposer en polyèdres redonnant un cube, certains polyèdres peuvent se transformer en d'autres par dissection polyédrale, et c'est à ce jeu délicat que s'adonnent les amateurs. Le dodécaèdre rhombique (à ne pas confondre avec le dodécaèdre régulier, qui a des faces pentagonales) est un polyèdre très sympathique, car il peut paver l'espace. Il possède 12 faces identiques, chacune ayant la forme d'un losange dont les diagonales sont dans un rapport égal à $\sqrt{2}$.

On sait transformer deux cubes identiques par dissection polyédrale en un dodécaèdre rhombique. Pour nous exercer à la pensée géométrique sans figure, imaginons ce découpage dans notre tête : divisons le premier cube en six pyramides identiques à base carrée, chacune ayant comme socle une face du cube et chacune ayant comme pointe le centre du cube. Collons maintenant les six pyramides sur les faces du second cube : nous obtenons le dodécaèdre rhombique.

Un autre découpage polyédral simple fait passer d'un octaèdre tronqué à un cube (voir la figure 7). Parmi les rares résultats concernant les polyèdres, le plus remarquable est que l'octaèdre tronqué, le dodécaèdre rhombique et le cube sont équivalents par dissection polyédrale (voir la figure 7).

On transforme aussi un parallélépipède $2 \times 1 \times 1$ en un cube (de côté $2^{1/3}$) d'une manière particulièrement astucieuse, de façon qu'un système de charnières maintienne toutes les pièces du découpage solidaires durant les opérations de transformation. Cette magnifique création est due à Anton Hanegraaf, un passionné de puzzles mathématiques qui fut l'éditeur, de 1987 à 1993, de la revue des amateurs de casse-tête appelée



9. Le découpage articulé qui fait passer du parallélépipède $2 \times 1 \times 1$ au cube. Deux découpages avec charnières (permettant de transformer des rectangles) donnent le remarquable découpage articulé de A. Hanegraaf transformant un double cube en un seul.

Cubism for Fun (dont l'adresse actuelle est : CCF, Rik van Grol, Hilvoordestraat 14, 2284 BK Rijswijk, Pays-Bas).

La réalisation matérielle de ces formes géométriques, aussi éternelles que celles

auxquelles les pythagoriciens s'intéressaient, donnerait naissance à de très originaux et magnifiques casse-tête, et s'ils étaient fabriqués, je suis certain que de nombreux lecteurs seraient intéressés !

Jean-Paul DELAHAYE est professeur à l'Université de Lille. e-mail : delahaye@lil.fr

L. DUBINS, M. HIRSCH et J. KARUSH, *Scissor Congruence*, in *Israel Journal of Mathematics*, 1, pp. 239-247, 1963.

G. FREDERICKSON, *Dissections : Plane and Fancy*, Cambridge University Press, 1997.

V. KLEE et S. WAGON, *Old and New Unsolved Problems in Plane Geometry and Number Theory*, Mathematical Association of America, 1991.

M. LACZKOVICH, *Equidecomposability and*

Discrepancy : a Solution of Tarski's Circle-squaring Problem, in *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, 404, pp. 77-117, 1990.

H. LINDGREN, *Recreational Problems in Geometric Dissections and How to Solve Them*, Revised and enlarged edition, Dover Publications, New York, 1972.

I. STEWART, *Dissections et métamorphoses*, in *Pour La Science*, pp. 96-97, janvier 1998.

S. WAGON, *The Banach-Tarski Paradox*, Cambridge University Press, 1987.

Van Gogh, mauvais chimiste

« Avec cela, j'ai un plus grand tableau de l'église du village... sur l'avant-plan, un peu de verdure fleurie et du sable ensoleillé rose. » Ce tableau que décrit Vincent Van Gogh à sa sœur Wil est-il bien l'*Église d'Auvers*, exposé aujourd'hui au Musée d'Orsay (voir page de droite)? On y cherche vainement le sable rose!

De même, pourquoi les traits des deux fillettes du tableau éponyme sont-ils moins marqués sur l'original (*en bas, à gauche*), peint par Van Gogh dans ce même mois de juin 1890 où il réside à Auvers-sur-Oise, que sur la copie à l'aquarelle réalisée en 1901 par Blanche Derousse (*en bas, à droite*)? La jeune copiste, que le docteur Paul Gachet,

médecin et ami de Van Gogh incitait à cultiver la mémoire du peintre se serait-elle permis des ajouts de couleur? Et, dans ce cas, pourquoi n'aurait-elle ajouté que du rouge?

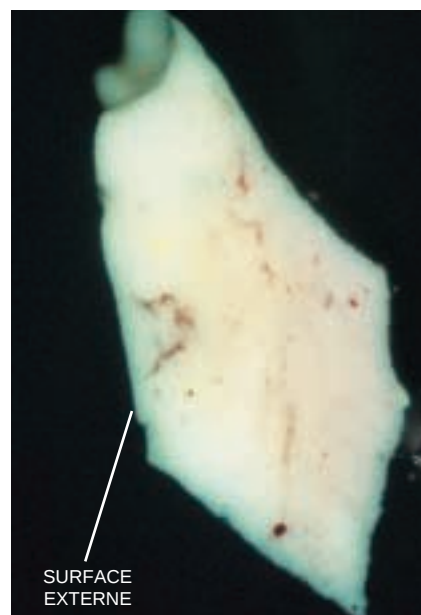
Jean-Paul Rioux, du Laboratoire de recherche des musées de France a examiné ces deux tableaux de Van Gogh, avec quatre autres, peints à la même époque. Le bord des *Deux fillettes*, protégé de la lumière par le cadre, est plus rose que la zone contiguë du tableau (*cartouche à gauche*). La coupe d'un prélèvement de peinture blanche réalisé sur l'*Église d'Auvers* montre aussi un dégradé du rose au blanc, de la profondeur vers la surface (*à droite*).

L'analyse chimique révèle que Van Gogh a utilisé des laques contenant des colorants rouges photodégradables : le carmin de cochenille, et l'éosine, dont la synthèse avait été mise au point une vingtaine d'années plus tôt. L'oxyde d'étain, qui entrait dans le support minéral de la laque carmin, diminuait encore la stabilité du colorant.

Des lettres du peintre à son frère Théo, qui achetait pour lui les tubes de laque à Paris, révèlent qu'il était averti des risques, mais qu'il les a sous-estimés. Il pensait, à tort, qu'en saturant les couleurs, il obtiendrait, à terme, les

nuances qu'il souhaitait. Malheureusement, là où Van Gogh a mélangé le rouge à du blanc, pour obtenir du rose, on ne voit plus aujourd'hui que du blanc. Là où il a utilisé de la laque rouge pure, la teinte a viré au beige clair. Lorsque nous admirons ces tableaux, nous ne pouvons plus compter que sur notre imagination pour nous approcher des intentions du peintre.

O. Gullion/LRMF



LRMF

