

Amortissement

L'article d'Alain Oustaloup (voir *Les mathématiques de l'amortissement*, *Pour la Science*, novembre 1998) me rappelle le cours d'antennes que j'ai suivi à l'École supérieure d'électricité en 1966. À l'époque, on ne parlait pas encore de fractales, du moins pas dans les écoles d'ingénieurs, mais on savait que, pour obtenir des antennes à large bande, il faut utiliser des dispositifs autosimilaires. Une des méthodes consiste à enrouler un conducteur sur un cône, de façon qu'il fasse un angle constant avec les génératrices du cône. La projection de cette courbe sur le plan perpendiculaire à l'axe du cône est une spirale logarithmique, dont l'équation polaire est une exponentielle. Cette réalisation nous avait été présentée comme la mise en parallèle d'un grand nombre de dipôles élémentaires. L'une des antennes est accordée sur la fréquence du signal émis, les autres sont désaccordées et n'interviennent pas dans l'émission. Une bonne antenne introduit un faible taux d'ondes stationnaires dans la ligne qui l'alimente, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de réflexion des ondes à l'extrémité de la ligne. Vis-à-vis de la ligne, l'antenne se comporte donc comme un amortisseur des ondes qui s'y propagent.

Charles-Henri JOURDAIN, Frépillon

Réponse d'Alain Oustaloup

Le type d'antenne «amortissant» décrit par C.-H. Jourdain utilise le principe d'homothétie ou de similitude. Mais ce principe, qui assure une bonne adaptation d'impédance de l'antenne avec la ligne, se traduit par une impédance indépendante de la fréquence dans une large bande. Au contraire, l'interface eau-digue que je décris dans l'article présente une impédance qui dépend de la fréquence (le module est une puissance non entière de la fréquence). Quoi qu'il en soit, même si la description des phénomènes est différente, le principe d'homothétie des antennes est un facteur amortissant et mérite à ce titre d'être rapproché du principe de récursivité qu'utilisent à la fois la digue poreuse et la suspension CRONE.

Images de science

Je ne partage pas du tout le point de vue exprimé avec brio, mais aussi avec intrinséance et, me semble-t-il, une certaine partialité, par Pierre Laszlo (voir *Pour la Science*, février 1999) sur le très bel ouvrage *Invisibles, images de l'inaccessible*, dont je recommande la lecture sans hésitation. P. Laszlo aurait effectivement raison d'être

négligé si le propos de l'auteur s'était concentré sur l'extraction de toute l'information pertinente de chacun des clichés présentés. Même si certains d'entre eux sont assez connus, on ne comprend pas bien pourquoi il les qualifie «d'écoulés» : nous continuons de nous émerveiller sur chacune de ces images, tout comme nous continuons à aimer le goût d'un plat succulent que nous avons l'habitude de déguster. Il est évident que, dans ce livre, grâce à la beauté des images scientifiques qu'il renferme, Patrice Lanoy cherche plutôt à nous faire réfléchir avec intelligence sur les rapports entre le visible et l'invisible, sur la nature de la lumière et sur l'incroyable aptitude de l'esprit humain à être abusé par ce qu'il croit voir.

Si l'on accepte ce parti pris, qui n'épuise évidemment pas tout ce que l'on peut penser et écrire sur le rôle de l'image dans la science, on peut rassurer P. Laszlo : le lecteur de cet ouvrage peut admirer ces images et comprendre que l'usage que le chercheur en fait est éminemment risqué et difficile. L'énoncé de cette complexité même est au cœur du propos de P. Lanoy. En bref, ce livre dévoile une partie des beautés du monde scientifique sans en cacher les écueils.

Jean AUDOUZE, Paris

Réponse de Pierre Laszlo

Jean Audouze et moi sommes d'accord sur plus d'un point. Il mentionne «l'incroyable aptitude de l'esprit humain à être abusé par ce qu'il croit voir» : on ne saurait mieux dire. Le rationaliste que je suis, qui ne se lasse pas d'admirer les couchers de soleil, est allergique à toute mystification par des images, aussi belles soient-elles.

Analyses mathématiques

Dans *Négligeable, mais troublant* (voir *Pour la Science*, janvier 1999), Jean-Paul Delahaye trouve inquiétant que l'on ne dispose d'aucun exemple de nombre normal en toute base, bien que l'ensemble de ceux-ci soit partout dense. Par contre, selon lui, si nous disposions d'un seul exemple, tout serait parfait ! Pourquoi un seul exemple comblerait-il le vide entre «aucun exemple» et l'infini non dénombrable d'exemples possibles ?

Par ailleurs, il accorde à la physique un statut différent de celui des mathématiques : le physicien «n'accorde aucun sens à l'affirmation qu'il y a une infinité non dénombrable d'instantanés dans une seconde». Je suggère donc aux physiciens de rétablir toutes leurs théories sur des bases plus saines en évitant le

recours à cette chose bizarre appelée «analyse mathématique». La physique n'est pourtant pas exempte de paradoxes apparents (jumeaux de Langevin, paradoxe d'Einstein-Podolsky-Rosen), qui en ont choqué plus d'un, et non des moindres, ainsi que d'objets inobservables (trous noirs, quarks isolés) ou encore inobservés (boson de Higgs), qui ont pourtant une importance capitale ! Je crois comprendre que J.-P. Delahaye a l'intuition que les outils mathématiques actuels, fondés sur la théorie des ensembles de Zermelo-Frenkel, sont inadaptés pour traiter des problèmes «purement numériques», tels que la conjecture de Goldbach, la convergence vers 1 de la suite « $3n + 1$ », etc. C'est fort possible, mais en ce qui concerne les nombres normaux en toute base, la théorie «classique» a donné une réponse claire, mais pas d'exemple (pour le moment). Je doute que changer les axiomes permette d'explicitement un tel nombre !

Fabien BESNARD, Paris

Réponse de Jean-Paul Delahaye

Un seul exemple de nombre normal en toute base comblerait le vide entre «aucun exemple» et «une infinité», pour la simple raison qu'avec un seul nombre normal en toute base, x , on pourrait tout de suite en construire une infinité en considérant les nombres $x + n$, avec n un entier. Je continue donc d'attendre un seul exemple, sachant qu'il ne viendra pas seul !

Les idées mentionnées à la fin de l'article ne signifient pas que je préconise de tout mettre par terre, car la situation est insatisfaisante sous certains points de vue. Ce que je disais, et qui, je crois, n'est pas toujours bien perçu par les mathématiciens, c'est qu'en plus de poursuivre l'utilisation de nos outils (les axiomatiques mathématiques usuelles), il ne faut pas oublier qu'on peut aussi les compléter ou même en explorer d'autres. Les physiciens hésitent moins que les mathématiciens à ces explorations radicales, et les mathématiciens d'autrefois hésitaient moins que ceux d'aujourd'hui. L'idée de nouveaux axiomes n'est pas absurde, et certains des travaux en théorie des ensembles que j'évoquais dans un article de *Pour la Science* de juin 1996 le montrent clairement. Quant à savoir si cela donnera des nombres normaux en toute base, je ne le sais pas plus que F. Besnard.

Écrivez à *Pour la Science* vos réactions, vos commentaires et vos réflexions sur l'actualité scientifique et vos relations avec la science. L'adresse de *Pour la Science* : tribune@pouirlascience.fr. D'autres contributions de lecteurs sont sur le site Web à <http://www.pouirlascience.fr>

JEU-CONCOURS N° 58

PIERRE TOUGNE

Soustractions curieuses

Prenez un nombre de quatre chiffres non tous égaux, comme, par exemple, 2 871. Formez, avec ces quatre

chiffres, le nombre le plus grand, soit 8 721, et le nombre le plus petit, soit 1 278. Calculez la différence entre ces deux nombres, soit

$8\,721 - 1\,278 = 7\,443$. Avec ces quatre nouveaux chiffres, recommencez le procédé. On obtient ainsi 3 996, 6 264, 4 176. Enfin, avec 4 176, on forme $7\,614 - 1\,467 = 6\,174$, et le procédé s'arrête, car on obtient toujours 6 174.

En fait, quel que soit le nombre de départ (dont les quatre chiffres ne sont pas égaux), on converge vers 6 174. Si le nombre de départ comporte moins de quatre chiffres, on complète avec des zéros, non significatifs. Ainsi, 231 donnera $3\,210 - 0231 = 3\,087$, $8\,730 - 0378 = 8352$ et, enfin, $8\,532 - 2\,358 = 6\,174$. Comment démontrer cette propriété?

On peut naturellement former toutes les combinaisons de quatre chiffres non tous égaux ; il y en a 705 (vérification laissée au soin du lecteur), et

tester la propriété sur ces 705 nombres!

Cependant, avec un peu de réflexion, on peut diminuer notablement le nombre de vérifications,

et ce sera l'objet du jeu-concours. Quel est le nombre minimum de tests à effectuer et quels sont les nombres à tester pour démontrer la propriété annoncée? Enfin, question subsidiaire : quel est, dans le cas le plus défavorable, le nombre de soustractions à effectuer pour arriver à 6 174?

6174

Envoyez vos réponses aux questions sur carte postale à *Pour la Science*, 8, rue Férou, 75006 Paris. Parmi les réponses exactes reçues pendant le mois d'avril 1999, dix gagnants tirés au sort recevront un livre.

RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N° 56

Les lecteurs se sont répartis en quatre groupes principaux. Le premier s'est arrêté à 28, car il s'est interdit l'usage des parenthèses (ce que le texte du concours n'excluait pas) et, effectivement, pour 29, les parenthèses semblent inévitables comme, par exemple, $29 = 6 + 5 \times 5 - (9 + 5)/7$. Un deuxième groupe, beaucoup plus important (et dont je fais parti!) a buté sur 100, dont voici la solution : $100 = -6 \times 5 - 5 \times (9 - 5 \times 7)$. Un troisième groupe, beaucoup plus petit, s'est laissé arrêter par 121. Enfin, une grande majorité a atteint le nirvana, soit 124, dont voici les dix derniers :

$$115 = 6 + 5/5 + 9 \times (5 + 7)$$

$$116 = 6 + 5 + 5 \times (9 + 5 + 7)$$

$$117 = (6 + 5 \times 5 - 9) \times 5 + 7$$

$$118 = (6 + 5 + 5 + 9) \times 5 - 7$$

$$119 = 6 \times (5 \times 5 - 9 + 5) - 7$$

$$120 = 6 \times 5 - 5 \times 9 \times (5 - 7)$$

$$121 = 6 + 5 \times (5 - 9 \times (5 - 7))$$

$$122 = 6 \times 5 \times 5 - (9 - 5) \times 7$$

$$123 = 6 \times 5 - 5 + (9 + 5) \times 7$$

$$124 = 6 + 5 + 5 + 9 \times (5 + 7)$$

Une recherche informatique montre que les nombres non représentables sont 125, 145, 154, 164, etc.

Le nombre 655 957 ne semble pas avoir de propriétés très remarquables, hormis qu'il n'est pas premier : $655\,957 = 769 \times 853$ et qu'il peut se décomposer de deux façons, en somme de deux carrés, soit $726^2 + 359^2$ et $791^2 + 174^2$. Le nombre 6,55957 est le premier facteur de conversion de francs en euros.

Je voudrais néanmoins citer Monsieur Rémy Simon, pour le joli tour de force suivant : $655\,957 \times (555 - 5 \times 5 - 5) - 555 = 308\,299\,235$ s'écrit en base 26, quand on écrit 0, ..., 9, 10 = A, 11 = B, etc., POGNON!!