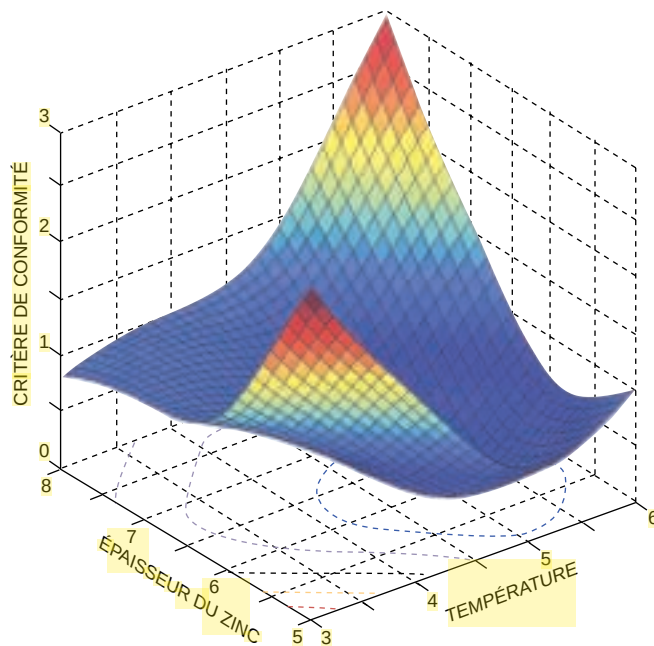
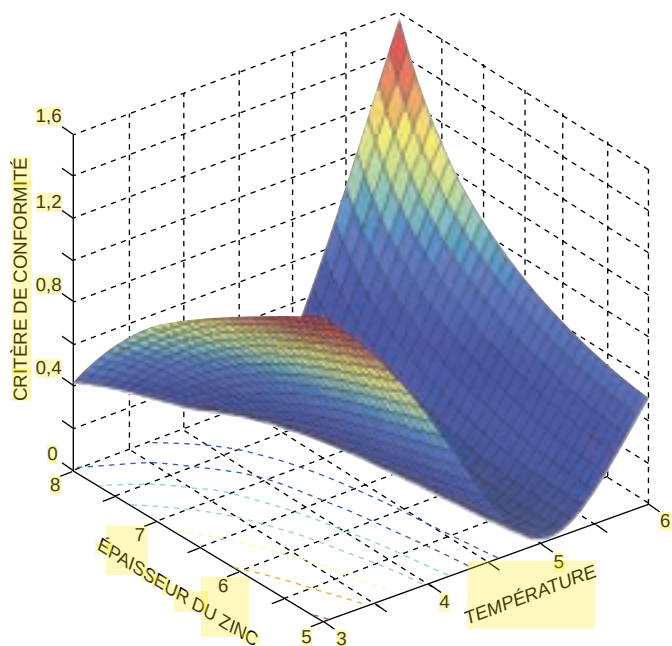
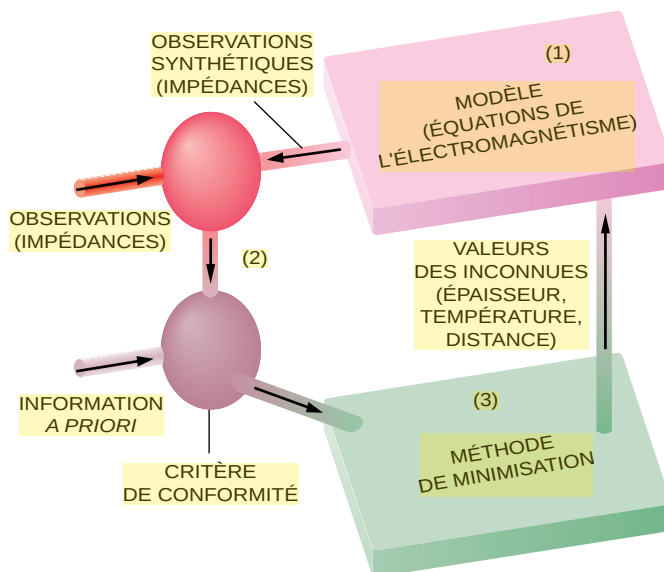
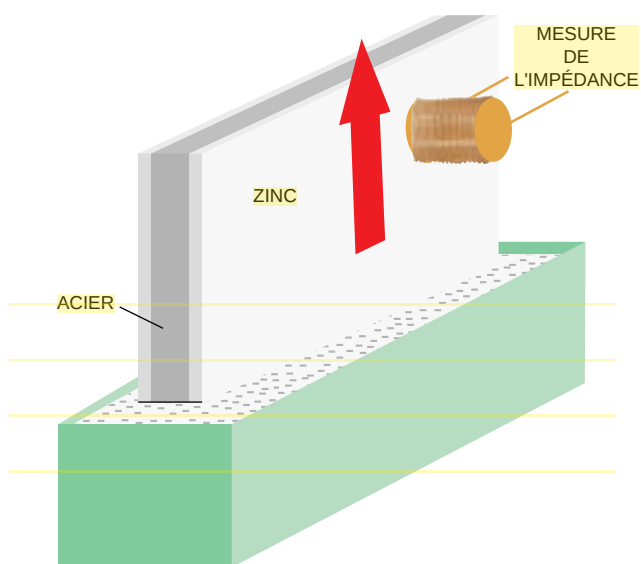


Ainsi, dans le cas du dépôt de zinc; en nous fondant sur la théorie de l'électromagnétisme, nous obtenons assez facilement des équations qui expriment l'impédance de la bobine à une fréquence donnée en fonction des trois inconnues, l'épaisseur, la température et la distance. On peut ainsi calculer les

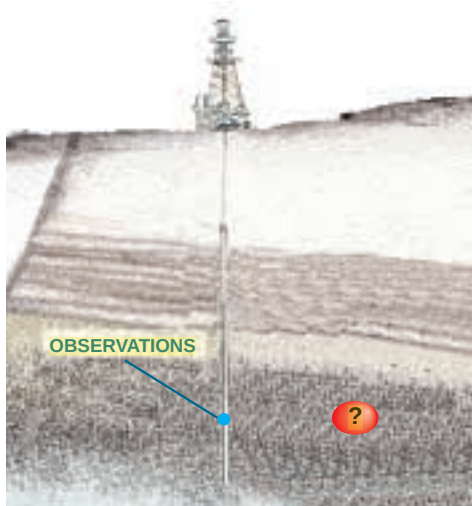
valeurs de l'impédance pour toutes les valeurs possibles des inconnues. Il suffirait alors, en principe, de chercher pour quelles valeurs des inconnues l'impédance calculée est la plus proche de l'observation. Malheureusement, en pratique, cette méthode donne une infinité de valeurs pour l'épaisseur.

Dans de nombreux autres cas, l'inversion est ainsi compliquée, en particulier par l'incertitude des observations et de la modélisation. La diversité des exemples que nous traitons nous a conduits à mettre au point une démarche générale de mesure, qui permet de réaliser l'inversion en tenant compte de l'in-

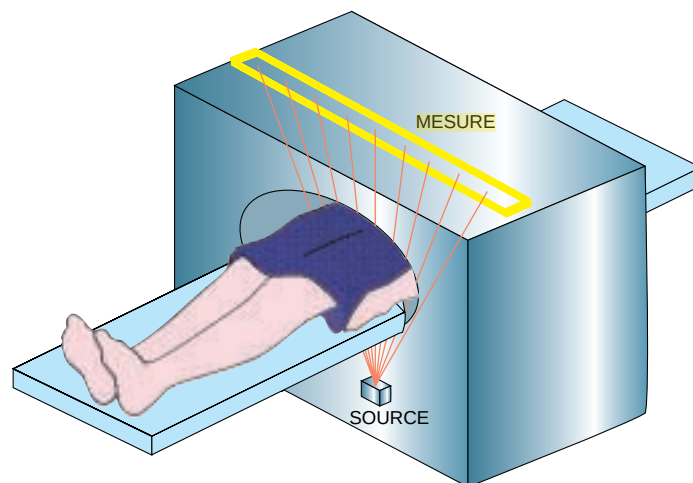


1. COMMENT MESURER L'ÉPAISSEUR de zinc déposé sur une tôle d'acier dans une cuve de galvanisation (*en haut, à gauche*)? Quand on enregistre l'impédance (le comportement électrique) d'une bobine d'induction qui est parcourue par un courant électrique, on obtient un signal qui dépend de l'épaisseur du zinc, mais aussi de la distance entre la bobine et la tôle, et de la température, mal connues. On doit donc chercher les valeurs de ces trois inconnues. On calcule d'abord l'impédance de la bobine pour toutes les valeurs possibles des trois inconnues. Les valeurs de ces inconnues correspondant à une observation donnée sont celles pour lesquelles une «distance» (nommée critère de conformité aux observations) entre l'impédance calculée et l'impédance observée est minimale. Toutefois, à cause de l'incertitude sur les observations, cette méthode fournit une infinité de valeurs (*en bas, à gauche*), on n'a représenté, par commodité, le critère de conformité qu'en

fonction de deux des trois inconnues ; les unités sont arbitraires) : le critère de conformité est minimal pour une infinité de valeurs de l'épaisseur, qui correspondent à la «vallée» centrale. En choisissant convenablement les fréquences auxquelles on mesure l'impédance de la bobine, on peut toutefois obtenir que le critère de conformité ne présente plus qu'un seul minimum (*en bas, à droite*). Cet exemple illustre la méthode générale de mesure exposée dans l'article (*en haut, à droite*) : (1) avec un modèle du système physique étudié, on calcule les observations correspondant à des valeurs arbitraires des inconnues (l'épaisseur, la distance et la température) ; (2) on calcule un critère de conformité entre ces observations synthétiques et les observations réelles, complété de l'information *a priori* dont on dispose sur les observations ; (3) on recherche les valeurs des inconnues qui minimisent ce critère de conformité, puis on répète l'opération.



2. COMMENT CONNAÎTRE la quantité de pétrole contenue en un point quelconque d'un gisement ? L'opération est de même nature que la tomographie aux rayons X. Dans les deux cas, les nombres d'in-



connues (la quantité de pétrole en divers points autour du puits, ou l'absorption des rayons X par les différentes zones de la section de corps étudiée) est supérieur au nombre de mesures.

certitude. Nous le verrons, cette démarche se fonde sur la recherche d'une modélisation du problème qui tient compte à la fois des incertitudes et des *a priori* sur les valeurs cherchées.

Le cadre général que nous proposons ne remplace pas le savoir-faire des ingénieurs, mais il les guide pour l'élaboration de méthodes de mesure adaptées à chaque situation. Il leur permet aussi d'évaluer quantitativement la qualité de ces méthodes.

Problèmes non linéaires

La première des difficultés que pose le problème de la mesure tient aux relations entre les inconnues et les observations. Lorsque nous mesurons la vitesse du moteur dans une voiture, nous «remontons» de l'observation de la position angulaire de l'aiguille du compte-tours jusqu'à cette vitesse. On n'a évidemment guère besoin, dans ce cas, de théories ni d'ordinateurs spécialisés. Toutefois, le concepteur du compte-tours a étudié la relation qui existe entre la vitesse (inconnue) et la position angulaire de l'aiguille (observation), puis il a inversé cette relation pour obtenir celle qui existe entre l'observation et la vitesse mesurée : c'est cette dernière relation qu'il a exprimée en traçant la graduation du cadran.

Dans ce cas simple, la relation directe est linéaire : il suffit de multiplier la vitesse par un coefficient constant pour connaître la déviation correspondante de l'aiguille. Pour la mesure de l'épaisseur du zinc, si la relation directe était linéaire, c'est-à-dire si l'impédance à une fréquence donnée était égale à la somme de a fois l'épaisseur, plus b fois

la température, plus c fois la distance, on pourrait écrire trois fois cette relation, pour trois fréquences différentes, et l'on représenterait le problème direct par une matrice carrée, tableau de trois lignes et de trois colonnes contenant les coefficients a , b et c pour chacune des trois fréquences. Afin de résoudre le problème inverse, on calculerait la matrice inverse, et l'on déterminerait les inconnues en multipliant cette matrice inverse par l'ensemble des observations.

Toutefois, en règle générale, on ne dispose pas du même nombre d'observations que d'inconnues. Par exemple, en tomographie aux rayons X, une source ponctuelle émet des rayons X, et l'on souhaite reconstruire l'image d'une coupe (à deux dimensions) d'un objet avec des capteurs disposés en ligne (donc sur une seule dimension). Les inconnues sont l'absorption, par chacun des points de la section corporelle étudiée, du rayonnement émis. Ces absorptions sont à l'évidence plus nombreuses que les observations, l'intensité reçue par les capteurs. *A contrario*, dans le cas des sondages par exemple, on réalise un grand nombre d'observations, alors que l'on ne recherche qu'une inconnue.

Dans tous ces cas, l'inversion n'est pas aussi simple que lorsque le nombre d'observations est égal au nombre d'inconnues. Si la relation directe était linéaire, on la représenterait par une matrice rectangulaire, et on résoudrait le problème inverse en calculant une matrice «inverse», par une méthode mathématique qui généralise la notion d'inverse. Toutefois, les relations directes de la nature physique ne sont

en général pas linéaires, sauf localement (parmi les exemples précédents, les seuls cas linéaires sont ceux du compteur de vitesse et de la tomographie). On ne peut même que rarement exprimer la relation directe sous la forme d'une fonction mathématique explicite qui relie les inconnues aux observations. On est alors contraint de calculer numériquement les valeurs des observations en fonction des inconnues.

Construire un modèle

Dans l'exemple du dépôt de zinc, nous avons utilisé un modèle pour relier les inconnues aux observations. Plus généralement, il existe deux approches pour obtenir un modèle d'un système physique. La première utilise la connaissance des lois internes du système. Dans l'exemple du zinc, on applique les équations fondamentales de l'électromagnétisme à la géométrie de la tôle et de la bobine pour calculer l'impédance de cette dernière. C'est ce que l'on nomme un modèle de connaissance, ou modèle interne. Ces modèles sont utilisés en physique pour la prévision des résultats d'expériences : leur vocation est de représenter au mieux la réalité.

La seconde approche consiste à recenser d'abord les inconnues et les observations ; puis, par des procédés mathématiques appropriés, on choisit la fonction mathématique qui représente au mieux la relation entre les inconnues et les observations. On parle alors de modèles externes, ou de comportement.

Ces deux approches ne sont pas contradictoires ; elles peuvent même être complémentaires. Leurs caractéristiques