

3. NOMBRES PREMIERS PERSISTANTS

a. Premiers permutables

Un nombre premier est permutable si, quel que soit l'ordre de ses chiffres, on obtient un nombre premier. 337 est un nombre premier permutable, car 337, 733, 373 sont premiers.

Les seuls nombres premiers permutables connus sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 113, 131, 199, 311, 337, 373, 733, 919, 991, 11...1 (19 fois le "1"), 11...1 (23 fois le "1") 11...1 (317 fois le "1") 11...1 (1 031 fois le "1"). Il n'existe pas d'autres nombres premiers permutables ayant moins de 467 chiffres.

b. Premiers circulaires

Un nombre premier est circulaire si, lorsqu'on fait tourner ses chiffres, on obtient d'autres nombres premiers : par exemple, 187, 871 et 718 sont premiers.

Les seuls nombres premiers circulaires connus sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 37, 79, 113, 187, 199, 337, 1193, 3779, 11939, 19937, 193939, 199933, 11...1 (19 fois le "1"), 11...1 (23 fois le "1") 11...1 (317 fois le "1") 11...1 (1 031 fois le "1")

c. Premiers raccourcissables à droite

7 Les nombres premiers raccourcissables à droite restent premiers quand on en coupe la fin. Ainsi le nombre 73 939 133 est-il le plus long des nombres premiers connus raccourcissables à droite, ce qui, par définition, signifie qu'on a la pile de **73939133** nombres premiers qui est représentée à gauche.

d. Premiers raccourcissables à gauche

357686312646216567629137 Les nombres premiers qui sont raccourcissables à gauche sont ceux n'utilisant pas le 0 et qui restent premiers quand on en coupe le début. Ainsi, **46216567629137** 4632647 est un nombre raccourcissable à gauche, car c'est un nombre premier, de même que 632647, 32647, 6567629137 2647, 647, 47 et 7. Les trois nombres premiers raccourcissables à gauche les plus longs connus sont dus à Chris Caldwell ; ce sont : **29137** 95918918997653319693967, **9137** 96686312646216567629137 et **137** 357686312646216567629137. Ce dernier nombre donne la pile de nombres premiers représentée à gauche.

191, 313, 353, 373, 383, 727, 757, 787, 797, 919, 929. Vous remarquerez qu'aucun n'appartient aux centaines 2, 4, 5, 6 et 8 (en réfléchissant deux secondes, vous comprendrez pourquoi).

Il existe 93 nombres premiers palindromes à 5 chiffres, et 668 à 7 chiffres. Parmi ces derniers, le quadruplet suivant est remarquable : 1878781 – 1879781 – 1880881 – 1881881, car il est composé de quatre nombres premiers palindromes pris dans quatre groupes consécutifs de mille (c'est l'unique cas de ce type). La totalité des nombres premiers palindromes de 11, 13 et 15 chiffres a été calculée par Martin Eibl en utilisant le langage UBASIC. Le 9 juin 1998, le décompte de ceux à 17 chiffres a été obtenu par Carlos Rivera. C. Rivera est un amateur passionné de nombres premiers ; bien que travaillant dans l'industrie des céramiques à Monterrey, au Mexique, il a mis en place le site <http://www.sci.net.mx/~crivera/home.html>, où il présente toutes sortes de propriétés et d'énigmes récréatives concernant les nombres premiers palindromes.

Certaines identités amusantes ont été notées par Rivera. Des identités entre des nombres premiers palindromes à 3 chiffres : $101 + 131 + 151 = 383$; entre des nombres premiers palindromes à 5 chiffres : $30103 + 30203 + 30403 = 90709$; entre des nombres premiers palindromes à 43 chiffres : $100000000000000210995259901200000000000001 + 00211000000001120000000000000000001 + 1000000000000002110025200112000000000000001 = 3000000000000063297777923600000000000003$

Cette égalité est la plus petite possible de sa catégorie (une somme de trois nombres premiers palindromes de 43 chiffres donnant un nombre premier palindrome de 43 chiffres).

Ce n'est cependant encore qu'une égalité simple à côté de celle-ci, pour laquelle on a utilisé la notation $(0)_n$ pour désigner une suite de n zéros consécutifs. Il s'agit cette fois d'une égalité entre nombres premiers palindromes de 191 chiffres (noter que 191 est aussi un nombre premier palindrome) :

$$1(0)_{87}132298010892231(0)_{87}1+1(0)_{87}132300858003231(0)_{87}1+1(0)_{87}132301111103231(0)_{87}1=3(0)_{87}396899979998693(0)_{87}3$$

Toujours plus fort (ou plus absurde, selon les goûts), Rivera a découvert que le nombre premier palindrome 71317 peut s'écrire de trois façons différentes comme somme de nombres premiers consécutifs :

$$71317 = 2351 + 2357 + \dots + 2579 + 2591 \quad (29 \text{ nombres premiers})$$

$$71317 = 10163 + 10169 + 10177 + 10181 + 10193 + 10211 + 10223 \quad (7 \text{ nombres premiers})$$

$$71317 = 14243 + 14249 + 14251 + 14281 + 14293 \quad (5 \text{ nombres premiers})$$

Parmi les identités farfelues, celles-ci, découvertes à propos du nombre premier palindrome 134757431, semblent miraculeuses. Ce nombre s'écrit de 3 façons différentes comme somme de puissances des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 :

$$134757431 = 1^7 + 2^3 + 3^8 + 4^5 + 5^4 + 6^2 + 7^1 + 8^9 + 9^6$$

$$134757431 = 1^7 + 2^5 + 3^8 + 4^1 + 5^2 + 6^4 + 7^3 + 8^9 + 9^6$$

$$134757431 = 1^7 + 2^8 + 3^4 + 4^2 + 5^3 + 6^5 + 7^1 + 8^9 + 9^6$$

Ce nombre est le seul possédant cette propriété. Il existe – paraît-il – un autre nombre premier palindrome qu'on peut exprimer de deux façons différentes comme somme de puissances des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Un lecteur saura-t-il le trouver ?

SUPERSTITION

Laissons-nous glisser un peu plus vers la conception pythagoricienne des nombres qui, on le sait, comportait un élément de superstition. Ne croyez-vous pas que le fait suivant, remarqué en 1998 ($1998 = 3 \times 666$) par G.L. Honaker, doit posséder une interprétation philosophique ou religieuse importante ? La somme des 666 plus petits nombres premiers palindromes est le nombre 2391951273, qui vérifie l'égalité remarquable :

$$2^3 + 3^3 + 9^3 + 1^3 + 9^3 + 5^3 + 1^3 + 2^3 + 7^3 + 3^3 = 666 + 666 + 666.$$

Ceux qui s'intéressent au nombre 666 considéré comme maléfique seront heureux d'apprendre que les nombres de la forme $10...06660...01$ (appelés nombres premiers palindromes) ont été soigneusement étudiés. Le plus petit est 16661. Le suivant est : $10000000000000006660000000000001 = 1(0)_{13}666(0)_{13}1$ (le 13 ne devrait-il pas nous intriguer?).

Harvey Dubner, considérant que la connaissance de cette espèce particulière méritait quelques minutes de calcul, a lancé sa machine à la recherche des nombres premiers palindromes maléfiques. Il a établi que les 7 plus petits nombres de cette espèce diabolique sont ceux ayant un nombre de zéros entre le premier "1" et le premier "6" égal à 0, 13, 42, 506, 608, 2472, et 2623. Pourquoi ces nombres-là au-delà du 13? Laissons aux lecteurs le soin de proposer leurs interprétations.

Plus sérieusement – si j'ose dire –, le nombre premier palindrome le plus long connu est dû au même Harvey Dubner. C'est : $1(0)_{8176}3644463(0)_{8176}1$, qui possède 16361 (qui est palindrome) chiffres.

Cependant, comme de nouveaux records sont régulièrement obtenus, il se peut qu'au moment où paraîtra ce texte le champion ait changé. Sur le site Internet de Patrick de Geest, vous trouverez les mises à jour de ces records et bien d'autres informations divertissantes concernant les nombres premiers palindromes : <http://www.wping.be/~ping6758/palpri.shtm>

1379 EST TRÈS PRIMÉVAL!

Mike Keith a étudié récemment la notion de nombre priméval. Vous avez sans doute remarqué que certains mots en contiennent d'autres : le mot rameau contient les mots rame, rama, eau, mare, mure, mura, mue, rue, mer, mur, mu, me, ma, au, a. Mike Keith propose de transposer cette richesse aux nombres premiers, qui, contrairement aux mots, sont universels et ne changent pas d'un pays à l'autre. Il s'est donc attaché aux nombres qui contiennent des nombres premiers.

Le nombre 1379 contient, par exemple, les 31 nombres premiers : 3, 7, 13, 17, 19, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 137, 139, 173, 179, 193, 197, 317, 379, 397, 719, 739, 937, 971, 1973, 3719, 3917, 7193, 9137, 9173, 9371.

Passionné par cette propriété, Mike Keith définit le caractère priméval d'un nombre. Le nombre 1379 est très priméval, le nombre 4684 ne l'est pas du tout (il ne contient aucun nombre premier).

Un nombre n contenant k nombres premiers est un record priméval si aucun nombre plus petit que n n'est autant priméval que n (ne contient k nombres premiers). En utilisant son ordinateur, Keith a compté pour tous les nombres, jusqu'à 100 000, combien chacun contenait de nombres premiers. Le nombre 2 est un record priméval. En revanche, 3 ne l'est pas, car il ne contient qu'un seul nombre premier, or 2, plus petit que 3, contient lui aussi un nombre premier. De même, aucun des nombres 5 et 7 n'est un record priméval. Le nombre 11 n'est pas un record priméval car lui aussi ne contient qu'un seul nombre premier : lui-même. Le nombre 13 est un record priméval, car il contient les nombres premiers : 3, 13, 31.

Viennent ensuite 37 qui contient 4 nombres premiers, 107 (5), 113 (7), 137 (11), 1013 (14), 1037 (19), 1079 (21), 1237 (26), 1367 (29), 1379 (31), 10079 (33), 10123 (35), 10136 (41), 10139 (53), 10237 (55), 10279 (60), 10367 (64), 10379 (89), 12379 (96), 13679 (106).

Pour chaque entier k , on peut se demander quel est le plus petit n contenant exactement k nombres premiers. Voici les 30 premières valeurs trouvées : 2 (plus petit nombre contenant 1 nombre premier) ; 25 (plus petit nombre contenant 2 nombres premiers) ; 13 (3) ; 37 (4) ; 107 (5) ; 127 (6) ; 113 (7) ; 167 (8) ; 1027 (9) ; 179 (10) ; 137 (11) ; 1036 (12) ; 1127 (13) ; 1013 (14) ; 1237 (15) ; 1135 (16) ; 1136 (17) ; 1123 (18) ; 1037 (19) ; 1139 (20) ;

4. CARRÉS MAGIQUES DE NOMBRES PREMIERS

(a) Pour 100 \$ de plus

En 1987, Martin Gardner offrit 100 \$ à quiconque découvrirait le premier un carré magique d'ordre 3 constitué de nombres premiers consécutifs. Le pari fut gagné l'année suivante par Harry Nelson qui, utilisant un ordinateur Cray, découvrit 22 solutions dont la plus petite est :

1480028201	1480028129	1480028183
1480028153	1480028171	1480028189
1480028159	1480028213	1480028141

(b) Méthode générale

D'autres carrés magiques de ce type ont été découverts récemment, qui satisfont à une condition supplémentaire : les nombres premiers utilisés sont en progression arithmétique.

Partant du carré magique classique composé des nombres entre 0 et 8, on construit un carré magique de taille 3×3 avec 9 nombres en progression arithmétique $P, P+R, P+2R, \dots, P+8R$

1	8	3
6	4	2
5	0	7

$P+R$	$P+8R$	$P+3R$
$P+6R$	$P+4R$	$P+2R$
$P+5R$	P	$P+7R$

La difficulté est de trouver des nombres premiers consécutifs en progression arithmétique (problème différent et plus difficile que celui consistant à trouver des nombres premiers en progression arithmétique). Ce problème a été l'objet récemment de progrès inattendus et depuis février 1998, à la suite d'un calcul de Manfred Toplic et Tony Forbes, on connaît une suite de 10 nombres premiers consécutifs en progression arithmétique. On peut donc construire des carrés magiques 3×3 composés de nombres premiers consécutifs. La raison de la suite trouvée est 210, et le nombre P est :

10099697246971424763778665558796984032950932
46891900418036034177589043417033488821590672
29719.

(c) encore le nombre diabolique 666

Pour les superstitieux, nous avons représenté ci-dessous un carré magique de nombres premiers dont la somme de chaque ligne et chaque colonne est 666 (découvert par Alan William Johnson). Ce carré est pandiagonal, car les diagonales coupées donnent elles aussi le total de 666. Exemple : $3+101+173+197+151+41=666$.

666	3	107	5	131	109	311	3	666
	7	331	193	11	83	41		
	103	53	71	89	151	199		
	113	61	97	197	167	31		
	367	13	173	59	17	37	666	
	73	101	127	179	139	47		666