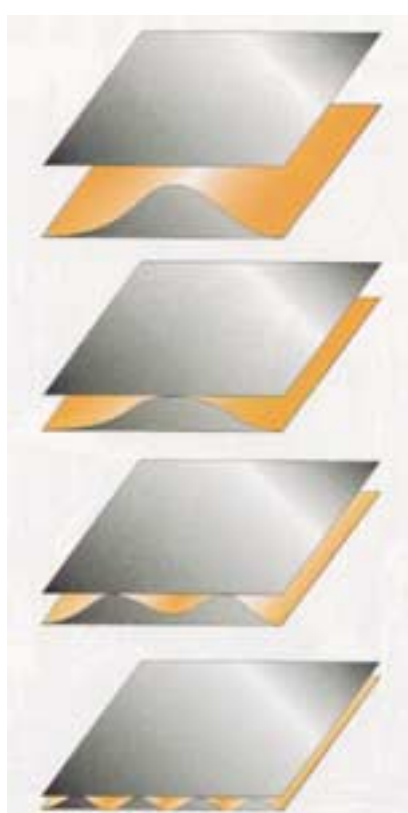




Les premières étapes de la déformation d'une feuille entre deux plaques rigides.

juste de toucher le support, la feuille est composée de deux plis jumeaux dont la hauteur est moitié de la hauteur initiale avant écrasement. Que vaut alors sa force de poussée sur la plaque ? Pour la déterminer, agrandissons une des deux plis : nous retrouvons une situation identique à la situation initiale. Comme au début de l'opération, le pli ne poussait pas sur la plaque d'écrasement, chacun des plis jumeaux ne pousse pas non plus : la réaction de la feuille sur la plaque qui l'écrase est nulle. Le même raisonnement appliqué aux plis des générations successives conduit à la même conclusion : la réaction de la feuille s'annule par intermittence au cours de l'écrasement !

Ce raisonnement s'étend aux autres états de la feuille (à l'exception de ceux où un petit pli reste en suspens). Pour cela, comparons les états présentant des plis de tailles différentes, mais de même forme. Un calcul mécanique montre qu'à forme donnée, un pli de longueur moitié pousse quatre fois plus ; comme les plis sont alors deux fois plus nombreux que les plis initiaux, une feuille écrasée de moitié pousse donc au total non pas deux fois, mais huit fois plus fort !

Lorsque la plaque se déforme, chacune de ses parties reste ainsi élastique, mais la réaction globale est non linéaire : une succession de petits ressorts ne fait pas ici un grand ressort. Les systèmes lamellaires (contreplaqués, matériaux composites), les dépôts de films sur des substrats ou les couches géologiques se comportent probablement ainsi.

Alain POCHÉAU et Benoît ROMAN
Université Aix-Marseille 1, Marseille

Aucun repunit n'est une puissance pure

L'ordinateur est un atout décisif en théorie des nombres.

Jean-Paul Delahaye nous a récemment fait voyager dans l'univers enchanteur des nombres dont l'écriture décimale possède de belles propriétés de symétrie, et, en particulier, parmi les repunits, ces nombres, comme 11 et 111111, constitués d'une chaîne de 1 (voir *Les chasseurs de nombres premiers*, Pour la Science, avril 1999, page 100)

Outre la question de leur primalité, thème central de l'article de J.-P. Delahaye, d'autres problèmes intéressent les mathématiciens, notamment le suivant : un repunit peut-il être un carré, un cube, ou, plus généralement, une puissance parfaite ? À première vue, si de tels nombres existent, ils semblent beaucoup plus rares que les repunits premiers, car seuls environ $x^{1/2}$ entiers compris entre 0 et x sont des puissances pures, (ce sont pour la plupart des carrés, les autres puissances étant nettement moins nombreuses), alors que, selon la loi de raréfaction des nombres premiers, $x/\log x$ d'entre eux, environ, sont des nombres premiers inférieurs à x .

Depuis une vingtaine d'années, on sait qu'aucun repunit différent de 1, est un carré, ni un cube, ni même une puissance p -ième pour tout entier p inférieur ou égal à 19, mais le résultat général n'a été démontré que l'an dernier : mis à part 1, aucun entier ne s'écrivant qu'avec le chiffre 1 en base dix n'est une puissance parfaite. En outre, la même conclusion s'applique à tous les nombres de la forme $10(k)10(k)1$, où $0(k)$ désigne le bloc formé de k fois le chiffre 0.

Le problème revient à résoudre l'équation diophantienne (cet épithète signifie que l'on ne s'intéresse qu'aux solutions qui sont des nombres entiers), $10^n - 1 = 9y^q$, où les inconnues n , y et q sont des entiers au moins égaux à 2. En effet, le nombre $10^n - 1$ s'écrit avec n chiffres 9, et donc $(10^n - 1)/9$ s'écrit avec n chiffres 1.

La première étape consiste à montrer que l'entier q , que l'on peut sans restriction supposer premier, n'est pas trop grand. Pour cela, décomposons un nombre de la forme $9y^q + 1$ en produit de facteurs premiers, et notons u l'exposant de 5 dans cette décomposition ; on travaille ici avec le nombre 5 mais on pourrait également choisir le nombre 2, l'essentiel est de considérer un diviseur premier de 10. Bien sûr, u peut être nul