

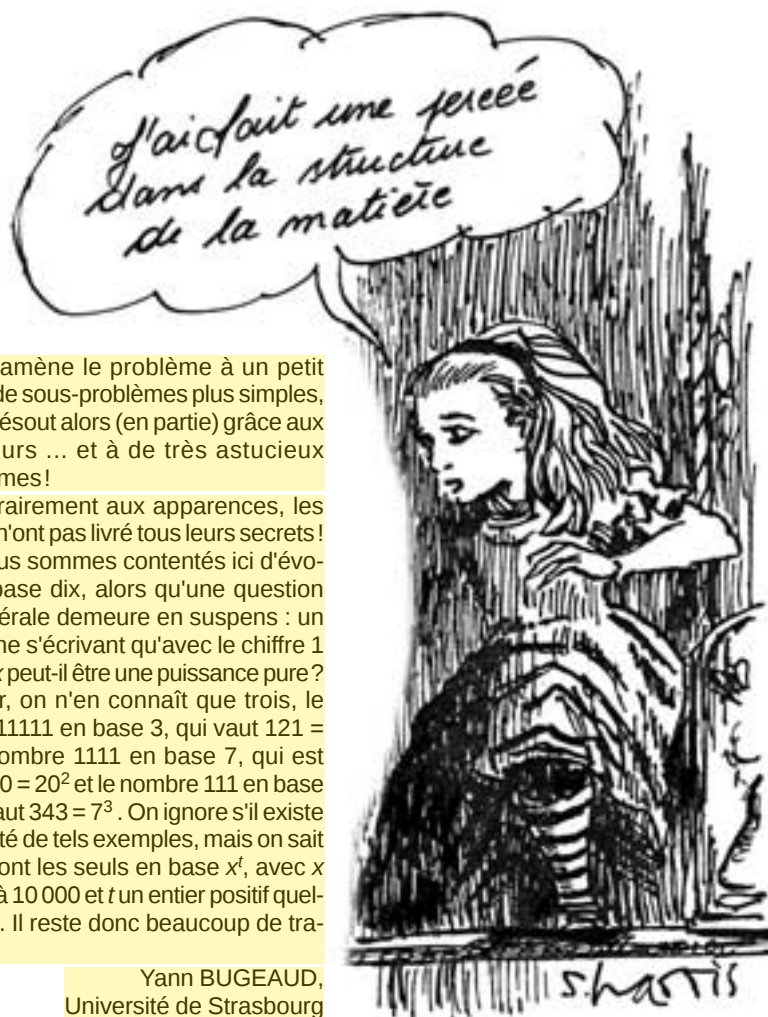
et est inférieur à $2 + q \log y / \log 5$, puisque $5^u < 10y^q$. Un résultat théorique riche de conséquences spectaculaires dans le domaine des équations diophantiennes donne cependant une bien meilleure majoration pour u , à savoir $u < 300 \log^2 q \log y$. Si l'on suppose que notre nombre $9y^q + 1$ est égal à 10^n , on a dans ce cas $u=n$ et, comme $10^n > y^q$, on obtient $n > q \log y / \log 10$. On déduit alors de ces inégalités une très bonne majoration pour q , et l'on parvient par cette méthode à montrer précisément que q est inférieur ou égal à 2063.

On a ainsi ramené la résolution d'une équation à trois inconnues à celle d'un nombre fini et pas trop élevé (en fait, exactement 311, car il y a 311 nombres premiers compris entre 2 et 2063) d'équations en deux inconnues n et y . Les étapes suivantes consistent à prouver que, pour chacune des 311 valeurs de q qu'il reste à traiter, si $10^n - 1 = 9y^q$, alors les entiers n et y vérifient nécessairement certaines conditions qui se révèlent, en fin de compte, incompatibles ! Par exemple, on démontre, en utilisant des considérations de congruence, que q divise $n-1$. Il s'agit d'un simple test, cependant beaucoup trop long pour être effectué à la main. Il a donc fallu écrire un court programme et faire appel à l'ordinateur, qui s'est chargé des vérifications nécessaires. Cet aspect de la démonstration mérite d'être souligné, car nous sommes à une époque charnière où les progrès de nature théorique et les capacités de calcul des ordinateurs se complètent à merveille. Ainsi, dans de nombreuses questions relatives aux équations diophantiennes, la

théorie ramène le problème à un petit nombre de sous-problèmes plus simples, que l'on résout alors (en partie) grâce aux ordinateurs ... et à de très astucieux programmes !

Contrairement aux apparences, les repunits n'ont pas livré tous leurs secrets ! Nous nous sommes contentés ici d'évoquer la base dix, alors qu'une question plus générale demeure en suspens : un nombre ne s'écrivant qu'avec le chiffre 1 en base x peut-il être une puissance pure ? À ce jour, on n'en connaît que trois, le nombre 11111 en base 3, qui vaut $121 = 11^2$, le nombre 1111 en base 7, qui est égal à $400 = 20^2$ et le nombre 111 en base 18, qui vaut $343 = 7^3$. On ignore s'il existe une infinité de tels exemples, mais on sait que ce sont les seuls en base x^t , avec x inférieur à 10 000 et t un entier positif quelconque... Il reste donc beaucoup de travail !

Yann BUGEAUD,
Université de Strasbourg



Ventouses lumineuses

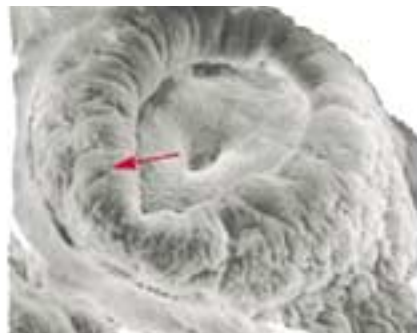
Les ventouses d'une pieuvre des grands fonds océaniques ont évolué en organes lumineux.

Dans les grands fonds de l'océan, là où la lumière du ciel ne parvient quasiment plus, certains poissons... pêchent «au lamparo» : ils sont munis d'un organe émettant de la lumière, attirant leurs proies qu'ils n'ont plus qu'à avaler. Diverses espèces marines, par exemple, les seiches et les calamars, ont également des organes lumineux. Toutefois, le groupe des pieuvres, voisin des seiches semblait dépourvu de cet artifice. Pourtant, Sönke Johnsen et Edith Widder, de l'Institut océanographique de Floride, et Elizabeth Balser, de l'Université de l'Illinois, ont découvert une espèce de pieuvre dont

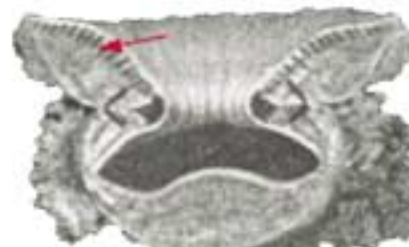
les huit tentacules sont munis d'une rangée d'organes qui émettent une lumière bleutée.

Dotées d'un système nerveux élaboré, les pieuvres sont parmi les invertébrés les

plus évolués. Elles sont capables d'apprendre en imitant un congénère. La plupart des espèces progressent sur des fonds rocheux à l'aide de deux rangées de ventouses adhésives disposées le long de leurs tentacules. Elles utilisent aussi les ventouses pour immobiliser leurs proies. Un sous groupe de pieuvres, les cirrates,



1. Microphotographie d'un organe lumineux (0,5 millimètre de diamètre) de *Stauroteuthis syrtensis* qui a conservé certaines caractéristiques anatomiques d'une ventouse : un anneau d'épiderme (flèche) entoure une dépression percée d'un pore.



2. Coupe transversale d'une ventouse typique (deux millimètres de diamètre). On retrouve le bourrelet (flèche) entourant une petite dépression. Au centre, un pore s'ouvre sur une chambre où la pression varie pour assurer l'adhérence.



3. Les ventouses de *Stauroteuthis syrtensis* ont évolué en organes luminescents.

dont les tentacules n'ont qu'une seule rangée de ventouses, a colonisé les grands fond marins et n'utilise plus ses ventouses pour se déplacer : ces pieuvres nagent comme des méduses en refermant régulièrement leur huit tentacules.

Les zoologistes ont capturé trois spécimens de *Stauroteuthis syrtensis*, une espèce qui appartient au sous groupe des cirrantes, dans le golfe du Maine, au Nord-Est des États-Unis, à environ 800 mètres de profondeur. Les ventouses de ces animaux, d'environ 15 centimètres de longueur, étaient incapables de se fixer sur

un support. En revanche, dans l'obscurité, après une légère stimulation tactile de l'animal, par exemple avec la main, les pseudo-ventouses brillaient d'une lumière bleutée.

L'étude de l'anatomie (voir la figure 1) de ces organes, d'un demi millimètre de diamètre, a montré qu'ils conservent certaines caractéristiques des ventouses typiques (voir la figure 2). Ainsi, un bourrelet cutané entoure une petite dépression percée d'un pore. Cependant, l'analyse plus détaillée met en évidence certaines modifications, tant cellulaires que biochimiques. Les cellules musculaires sont atrophiées et ne sont plus contractiles ; elles

se sont transformées en cellules productrices de lumière, dénommées photocytes.

S. Johnsen, E. Widder et E. Balser en ont conclu que les ventouses ont évolué en organes luminescents. Dans les hauts fonds, les ventouses, devenues inutiles, ne représentaient plus un avantage sélectif. Pour un prédateur tel que la pieuvre, l'émission de lumière dans une zone obscure présente un avantage adaptatif qui a favorisé la modification des ventouses.

Grâce à ces photophores, les pieuvres communiquent, par exemple pendant la période de reproduction, ou encore attirent leurs proies, telles les petits crustacés. De plus, la longueur d'onde de la lumière émise est très proche du maximum de transmission par les océans, c'est-à-dire que les pieuvres sont visibles de loin.

Selon les zoologistes, l'évolution de ces organes est encore en cours. Les ventouses auraient tout d'abord évolué en un organe réflecteur de lumière extérieure, puis auraient produit leur propre lumière. *S. syrtensis* offre donc un terrain privilégié pour étudier l'évolution de la photoluminescence quand aucun fossile n'existe.

Étoile spirale

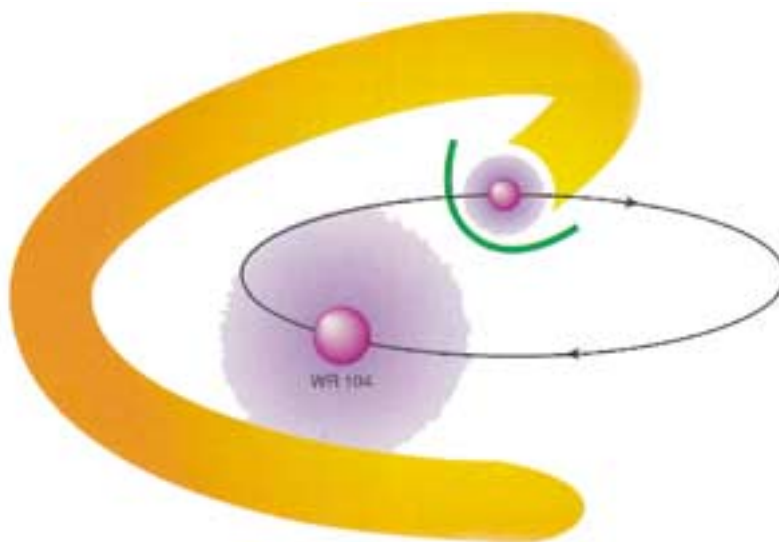
Une nouvelle technique d'interférométrie révèle une structure de poussières en spirale.

Les structures spirales sont bien connues des astronomes : ce sont celles des galaxies semblables à la nôtre. En revanche, ce genre de volutes n'existait pas pour les étoiles, jusqu'à ce que des astronomes américains découvrent une étoile spirale dans la constellation du Sagittaire à l'aide du télescope Keck, à Hawaï. Cette structure spirale serait un panache de poussières entraîné par la rotation d'un système binaire.

L'étoile WR 104 est une étoile de Wolf-Rayet, des étoiles chaudes plusieurs dizaines de fois plus massives que le Soleil. Située à près de 5 000 années-lumière de la Terre, cet objet est trop faible pour qu'on puisse le détailler, même à l'aide des meilleurs instruments. Aussi, les astronomes ont utilisé une technique interférométrique : la surface collectrice du télescope était masquée, à l'exception de 36 petites régions circulaires. Par la lumière captée, on reconstruit une image dont la résolution n'est que de quelques centièmes de seconde d'angle.

En avril 1998 et en juin 1998, les astronomes ont observé cette étoile. Ils ont découvert une structure spirale qui semblait tourner. Cette structure était vraisemblablement composée de poussières, car elle émettait dans l'infrarouge. Comment exprimer la forme de cette structure et sa rotation ?

En supposant que l'étoile WR 104 n'est pas seule : elle a un compagnon, une étoile de type OB, qui n'est pas directement visible, mais dont on note les effets sur les poussières. L'idée de la nature binaire de WR 104 n'est pas neuve, mais c'est seulement depuis quelques années que la présence d'une étoile compagnon



L'étoile WR 104 et son compagnon émettent un vent stellaire puissant (violet). Lorsque ces vents se rencontrent, une onde de choc se forme (vert), d'où résultent un refroidissement et une formation de poussières accrue. Le panache de poussières est entraîné par la rotation du système binaire, créant une spirale de poussières.