

d'un animal est associé à un oscillateur, mais tous ces oscillateurs ne sont pas en phase).

Le physiologiste Charles Peskin fut un des pionniers des couplages d'oscillateurs. En 1975, il étudia la synchronisation des fibres musculaires du cœur et il proposa un modèle détaillé des systèmes à accumulation et décharge. Il proposa notamment une équation qui décrivait l'accumulation en fonction de la phase ; cette même équation décrit le comportement lumineux des lucioles. Dans le modèle de Ch. Peskin, le couplage n'est assuré que par les décharges : un oscillateur qui atteint son seuil de décharge envoie à ses voisins un signal qui avance leur phase vers le seuil de décharge. Quand cette stimulation fait dépasser le seuil d'un des oscillateurs, ce dernier émet à son tour un signal, et ainsi de suite.

Or les composés luminescents de certaines lucioles sont précisément modifiés par un mécanisme de ce type, la stimulation étant la lumière reçue d'autres lucioles. Quand une luciole perçoit le flash d'un congénère, elle est «excitée», et sa phase se rapproche de celle de la décharge. Ch. Peskin a montré que, pour deux oscillateurs à accumulation et décharge, avec des impulsions couplées, qui obéissent à son équation, la synchronisation survient généralement (si le déphasage initial est égal à des valeurs particulières, les flashes ne se synchronisent pas, et les émissions de lumière alternent plutôt ; cependant cet état est instable, et la moindre perturbation conduit à la synchronisation).

Ch. Peskin a également supposé qu'il en serait de même pour tout réseau d'oscillateurs couplés à accumulation et décharge. Dans un article de 1990, Renato Mirollo et Steven Strogatz ont démontré l'hypothèse de Ch. Peskin, mais pour une équation plus générale que la sienne. Sous réserve de quelques hypothèses techniques, R. Mirollo et S. Strogatz montrèrent que, pour un système composé d'un nombre quelconque d'oscillateurs couplés identiques, à accumulation et décharge, l'état final est le synchronisme (sauf pour quelques rares conditions initiales qui conduisent à un comportement périodique, et ces états sont instables).

Leur démonstration est fondée sur un phénomène nommé absorption, qui a lieu lorsque deux oscillateurs déphasés se synchronisent et restent synchronisés. Le couplage étant totalement symétrique (tous les oscillateurs agissent les uns sur les autres de la même façon), un groupe d'oscillateurs qui s'est accordé reste synchrone. Mathématiquement on démontre qu'une suite de telles absorptions doit finalement mettre en phase tous les oscillateurs.

Vous pouvez étudier des groupes de lucioles à l'aide d'un modèle simple, le «Jeu du flash solitaire», qui se joue avec des jetons que l'on déplace sur les bords d'un damier ou sur la plaque d'un jeu de Monopoly ; vous pouvez aussi construire un carré de six cases de côté (voir la figure 1). On n'utilise que le pourtour, où l'on marque un coin que l'on nomme «seuil», ou «coin flash». Les quatre côtés sont alors numérotés 1, 2, 3, 4 à partir de cette case, dans le sens des aiguilles d'une montre. Quelques jetons placés aléatoirement représentent les lucioles. La position d'une luciole par rapport au coin flash, dans le sens des aiguilles d'une montre, indique sa phase. Les lucioles qui atteignent le seuil émettent un flash, puis reconstituent leurs réserves de composé luminescent selon quatre règles.

Règle 1 : on déplace chaque luciole d'une case dans le sens des aiguilles d'une montre. Bien qu'on doive déplacer les lucioles les unes après les autres, considérez que leur mouvement est simultané.

Règle 2 : quand une luciole tombe sur le coin flash, on déplace toutes les autres lucioles dans le sens des aiguilles d'une montre ; l'amplitude du déplacement est égale au numéro de la rangée sur laquelle se trouve initialement la luciole déplacée. Ainsi une luciole sur le côté 3 est déplacée de trois cases dans le sens des aiguilles d'une montre. Toutefois, quand ce déplacement conduit une luciole à dépasser le coin flash, la luciole s'arrête au coin flash (cette étape représente le couplage). Les autres lucioles perçoivent le flash qui les avance vers leur seuil.

Règle 3 : quand une luciole atteint le coin flash à la suite du pas 2, on répète ce pas ; on déplace une nouvelle fois tous les jetons.

Règle 4 : appliquer à nouveau les quatre règles.

Notons que l'arrivée de deux lucioles ou plus sur le coin flash correspond à une synchronisation ; on les déplace ensuite en bloc. Dans l'exemple de la figure 1, c'est ce que font deux des lucioles. Si vous poursuivez cet exemple, vous observerez que les trois lucioles finissent synchrones.

Je soupçonne que, pour certaines tailles de damier, on trouve des placements initiaux qui conduisent à des comportements périodiques asynchrones qui correspondent aux états instables de la théorie de Mirollo-Strogatz. Le Jeu du flash est un modèle à nombre fini d'états plus simple que celui qui a été analysé mathématiquement, et il pourrait ne pas se comporter exactement de la même façon. À vous de jouer : faites-moi part de vos découvertes.