

d'un animal est associé à un oscillateur, mais tous ces oscillateurs ne sont pas en phase).

Le physiologiste Charles Peskin fut un des pionniers des couplages d'oscillateurs. En 1975, il étudia la synchronisation des fibres musculaires du cœur et il proposa un modèle détaillé des systèmes à accumulation et décharge. Il proposa notamment une équation qui décrivait l'accumulation en fonction de la phase ; cette même équation décrit le comportement lumineux des lucioles. Dans le modèle de Ch. Peskin, le couplage n'est assuré que par les décharges : un oscillateur qui atteint son seuil de décharge envoie à ses voisins un signal qui avance leur phase vers le seuil de décharge. Quand cette stimulation fait dépasser le seuil d'un des oscillateurs, ce dernier émet à son tour un signal, et ainsi de suite.

Or les composés luminescents de certaines lucioles sont précisément modifiés par un mécanisme de ce type, la stimulation étant la lumière reçue d'autres lucioles. Quand une luciole perçoit le flash d'un congénère, elle est «excitée», et sa phase se rapproche de celle de la décharge. Ch. Peskin a montré que, pour deux oscillateurs à accumulation et décharge, avec des impulsions couplées, qui obéissent à son équation, la synchronisation survient généralement (si le déphasage initial est égal à des valeurs particulières, les flashes ne se synchronisent pas, et les émissions de lumière alternent plutôt ; cependant cet état est instable, et la moindre perturbation conduit à la synchronisation).

Ch. Peskin a également supposé qu'il en serait de même pour tout réseau d'oscillateurs couplés à accumulation et décharge. Dans un article de 1990, Renato Mirollo et Steven Strogatz ont démontré l'hypothèse de Ch. Peskin, mais pour une équation plus générale que la sienne. Sous réserve de quelques hypothèses techniques, R. Mirollo et S. Strogatz montrèrent que, pour un système composé d'un nombre quelconque d'oscillateurs couplés identiques, à accumulation et décharge, l'état final est le synchronisme (sauf pour quelques rares conditions initiales qui conduisent à un comportement périodique, et ces états sont instables).

Leur démonstration est fondée sur un phénomène nommé absorption, qui a lieu lorsque deux oscillateurs déphasés se synchronisent et restent synchronisés. Le couplage étant totalement symétrique (tous les oscillateurs agissent les uns sur les autres de la même façon), un groupe d'oscillateurs qui s'est accordé reste synchrone. Mathématiquement on démontre qu'une suite de telles absorptions doit finalement mettre en phase tous les oscillateurs.

Vous pouvez étudier des groupes de lucioles à l'aide d'un modèle simple, le «Jeu du flash solitaire», qui se joue avec des jetons que l'on déplace sur les bords d'un damier ou sur la plaque d'un jeu de Monopoly ; vous pouvez aussi construire un carré de six cases de côté (voir la figure 1). On n'utilise que le pourtour, où l'on marque un coin que l'on nomme «seuil», ou «coin flash». Les quatre côtés sont alors numérotés 1, 2, 3, 4 à partir de cette case, dans le sens des aiguilles d'une montre. Quelques jetons placés aléatoirement représentent les lucioles. La position d'une luciole par rapport au coin flash, dans le sens des aiguilles d'une montre, indique sa phase. Les lucioles qui atteignent le seuil émettent un flash, puis reconstituent leurs réserves de composé luminescent selon quatre règles.

Règle 1 : on déplace chaque luciole d'une case dans le sens des aiguilles d'une montre. Bien qu'on doive déplacer les lucioles les unes après les autres, considérez que leur mouvement est simultané.

Règle 2 : quand une luciole tombe sur le coin flash, on déplace toutes les autres lucioles dans le sens des aiguilles d'une montre ; l'amplitude du déplacement est égale au numéro de la rangée sur laquelle se trouve initialement la luciole déplacée. Ainsi une luciole sur le côté 3 est déplacée de trois cases dans le sens des aiguilles d'une montre. Toutefois, quand ce déplacement conduit une luciole à dépasser le coin flash, la luciole s'arrête au coin flash (cette étape représente le couplage). Les autres lucioles perçoivent le flash qui les avance vers leur seuil.

Règle 3 : quand une luciole atteint le coin flash à la suite du pas 2, on répète ce pas ; on déplace une nouvelle fois tous les jetons.

Règle 4 : appliquer à nouveau les quatre règles.

Notons que l'arrivée de deux lucioles ou plus sur le coin flash correspond à une synchronisation ; on les déplace ensuite en bloc. Dans l'exemple de la figure 1, c'est ce que font deux des lucioles. Si vous poursuivez cet exemple, vous observerez que les trois lucioles finissent synchrones.

Je soupçonne que, pour certaines tailles de damier, on trouve des placements initiaux qui conduisent à des comportements périodiques asynchrones qui correspondent aux états instables de la théorie de Mirollo-Strogatz. Le Jeu du flash est un modèle à nombre fini d'états plus simple que celui qui a été analysé mathématiquement, et il pourrait ne pas se comporter exactement de la même façon. À vous de jouer : faites-moi part de vos découvertes.



Lutte territoriale

CATHERINE PERRIN • RENAUD BOISTEL

Dans le brouhaha de la forêt guyanaise, une oreille exercée distingue, près des cours d'eau, le coassement répété du petit crapaud diurne au ventre rose *Atelopus franciscus*, de deux centimètres de long. Perché sur une feuille, à quelques dizaines de centimètres du sol, le mâle qui répète ce signal espère attirer les femelles situées à proximité. Ce marquage sonore indique aussi aux autres mâles que le territoire environnant, sur cinq à dix mètres carrés, est occupé.

Cet interdit n'est pas toujours suffisant : un concurrent un peu plus téméraire que les autres pénètre parfois sur le territoire du mâle qui coasse sur une feuille. Le rythme du coassement s'accélère en réponse au coassement de l'intrus, mais ce dernier, peu impressionné, grimpe sur une plante voisine (1) afin de se placer vis-à-vis de son adversaire. Après un échange de cris, le nouvel arrivant saute sur la feuille du mâle résident, qui riposte immédiatement en poussant un cri et en sautant sur l'assaillant (2). Il s'accroche à lui et essaie de l'expulser de la feuille. Pendant près d'une demi-heure, ils s'affrontent au corps à corps (3 et 4). Enfin, les deux crapauds tombent au sol (5). Celui qui est en position supérieure (ici, le défenseur) pousse un dernier cri, et le vaincu s'allonge complètement sur le sol, les pattes relevées, en signe de soumission. Le vainqueur se redresse, et remonte sur la feuille. Le perdant n'a plus qu'à s'éloigner à la recherche d'un autre territoire, vacant ou moins vigoureusement défendu (6).





Géographie

Couleurs de la Terre, des mappemondes médiévales aux images satellitales

Sous la direction de Monique Pelletier. Éditions du Seuil/Bibliothèque nationale de France, 1998.

Ce grand et bel ouvrage a paru à l'occasion de l'exposition de prestige organisée par la Bibliothèque nationale de France sur son site de la rue de Richelieu, à la fin de l'année 1998. Il aborde l'histoire de la cartographie sous un jour inédit, en prenant pour thème l'emploi de la couleur, et combat l'idée répandue que les cartes anciennes sont belles et fausses, alors que les cartes modernes seraient exactes, mais peu agréables à regarder.

Une douzaine de collaborateurs ont composé cette œuvre collective en s'attachant, chacun pour son époque ou sa spécialité, à mettre l'accent sur l'affirmation et sur la diversification des couleurs en tant que langage visuel. Si la France se trouve naturellement au cœur de ces études, les innovations d'autres pays d'Europe y sont aussi exposées, notamment dans les Pays-Bas du Nord et du Sud, avec également une ouverture sur le Japon ancien.

Les cartes léguées par le Moyen Âge sont avant tout des mappemondes

schématiques, illustrant des manuscrits enluminés, où les couleurs deviennent de plus en plus significatives. Deux exemples seulement : certains auteurs antiques pensaient qu'à chacun des quatre éléments devait être attribuée une couleur qu'il avait engendrée. Ainsi la Terre était-elle colorée en bleu pervenche, car le lin – dont on extrayait cette couleur – en était le fruit, mais les mers étaient figurées en pourpre, pigment produit par un mollusque qui vivait dans les eaux océaniques. Par ailleurs, dans le système ptoléméen des planètes, la Terre se voyait souvent attribuer une couleur sombre, attirée en raison de son immobilité au sein du mouvement perpétuel des autres planètes qui, elles, portaient des couleurs vives.

Avec les cartes-portulans, à la fin du Moyen Âge, naissent les premières cartes outils, à l'usage des navigateurs. Elles apparaissent en Méditerranée, chez les Catalans et les Génois, et leurs couleurs chatoyantes évoquent le Sud. Les Portugais, à leur tour, donnent aux cartes destinées à de hauts personnages l'aspect de luxueux tableaux. Il s'agit d'éblouir les commanditaires des expéditions au Brésil et en Inde. Les cartes, mises au service des conquérants et des marchands, doivent évoquer la promesse de fructueux profits.

Les rares cartes de l'école normande du XVI^e siècle s'inscrivent dans cette tradition. Trop belles pour naviguer, elles servaient de tableaux d'apparat. Leurs coloris se distinguent par la dominante des teintes froides, des bleus et des verts délicats, souvent rehaussés d'or. Elles font cependant peu de cas des artistes

qui les ont ornées : leurs noms sont restés inconnus.

L'imprimerie révolutionne la cartographie, mais avec un certain retard. On constate d'abord une continuité entre le manuscrit et l'imprimé, les mêmes hommes exerçant les fonctions d'enlumineur, d'imprimeur et de cartographe. L'impression en couleur étant presque impossible techniquement, les cartes gravées sont imprimées en noir et blanc, puis enluminées pour séduire un plus large public. L'âge d'or de la cartographie imprimée se situe aux XVI^e et XVII^e siècles, en Flandre et aux Pays-Bas, où les cartes, les atlas et les globes sont omniprésents dans les intérieurs, comme en témoignent les tableaux de Vermeer.

À la même époque, la cartographie française revêt un aspect plus austère, mais elle se développe aux XVII^e et XVIII^e siècles, dans une direction originale, grâce au perfectionnement des corps d'ingénieurs, militaires ou civils, rompus aux techniques du paysage. Une fois maîtrisées les difficultés de la géodésie, ils portent leurs soins au rendu du terrain, inventent les plans en relief et élèvent à son apogée la peinture au naturel de la géographie physique. L'École des ponts et chaussées, créée en 1747, instaure notamment, à partir de 1775, un «exercice de carte» qui porte sur un territoire imaginaire complexe, réunissant tous les éléments du savoir-faire du dessinateur et donnant lieu à de ravissantes et curieuses cartes utopiques. Les cartes des ingénieurs des Lumières sont des chefs-d'œuvre de méticulosité et de raffinement où, à la fin du XVIII^e siècle, l'amplification de certains éléments annonce déjà le romantisme.

Elles connaissent un aboutissement particulier dans le cadre de la diplomatie, lors des règlements des litiges territoriaux entre États, lorsqu'il faut démêler l'enchevêtrement des frontières. Dans la seconde moitié du XVIII^e siècle et, surtout, dans le cadre du traité de Vienne, en 1815, se manifeste en effet la volonté de stabiliser les frontières. Les cartes des limites entre la France et les Pays-Bas deviennent alors des instruments juridiques et politiques à part entière, qui se démarquent des cartes strictement topographiques pour ne retenir que les éléments utiles aux négociateurs.

Avec le XIX^e siècle vient la grande époque de la cartographie thématique, dans l'élaboration de laquelle la couleur joue un rôle essentiel. Celle-ci perd peu à peu son rôle décoratif pour devenir un élément symbolique fondamental, résultant d'une synthèse intellectuelle : la plage



Carte réalisée vers 1460, selon le système de Claude Ptolémée.