

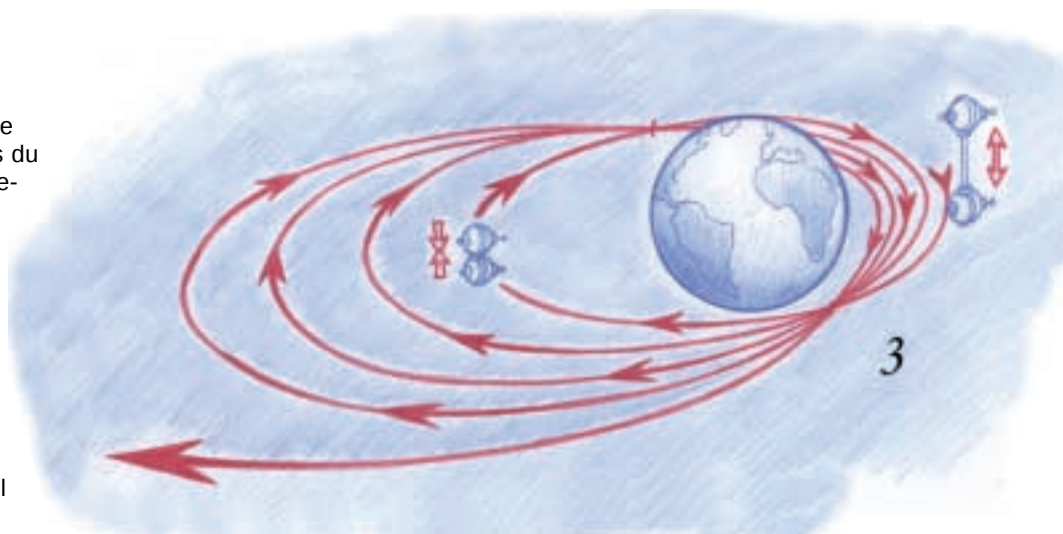
orbite garde cette orientation. L'excentricité de la trajectoire dépend alors du temps et oscille périodiquement entre deux valeurs extrêmes, minimale au périhélie (le point de l'orbite le plus proche de la Terre) et maximale à l'apohélie (le point le plus éloigné de la Terre). Ces oscillations sont de très faibles amplitudes, et l'orbite de l'haltère est très proche de l'orbite elliptique d'un point matériel de même masse.

Imaginons maintenant que notre vaisseau-haltère pulse, c'est-à-dire qu'il se contracte et se déploie rapidement sur toute sa longueur à des instants bien choisis. Partant du périhélie, l'haltère parcourt une demi-révolution jusqu'à son apohélie, où l'excentricité atteint sa valeur maximale. À cet instant, l'haltère se replie : sa longueur devient très faible, et le vaisseau se déplace alors comme un point matériel, c'est-à-dire en suivant un arc d'ellipse dont l'excentricité est celle atteinte à l'apohélie.

Revenu au périhélie, en un point plus proche de la Terre que le périhélie précédent, l'haltère se déploie à nouveau. L'excentricité de sa trajectoire augmente et, lorsque le vaisseau arrive à un nouvel apohélie, plus éloigné de la Terre, la trajectoire atteint une excentricité supérieure à celle atteinte lors du précédent passage. L'haltère se replie alors pour conserver la nouvelle valeur de l'excentricité jusqu'à l'instant où il pourra se déployer à nouveau.

TRANSFERT D'ÉNERGIE ET RÉSONANCES

Après de nombreuses pulsations, l'excentricité de l'orbite aura varié notablement et, lorsqu'elle dépasse l'unité, le vaisseau échappe définitivement à l'attraction terrestre. La trajectoire suivie est une spirale dont le nombre de spires est égal au nombre de pulsations de l'haltère (voir la figure 3). Ce vaisseau spatial est dénommé gravidyne.



D'où provient l'énergie gagnée par le gravidyne ? En changeant de forme, le gravidyne fait varier l'intensité de la force d'attraction qu'il subit, c'est-à-dire qu'il modifie son énergie potentielle gravitationnelle. Celle-ci augmente lorsqu'il se déploie et diminue lorsqu'il se contracte (sa valeur est négative). Cependant, n'oublions pas que ces variations ne se produisent pas à la même distance de la Terre : le déploiement s'effectue à l'apohélie, et la contraction au périhélie. Ainsi l'énergie du gravidyne augmente plus qu'elle ne diminue.

Cette énergie provient du mécanisme qui modifie la géométrie du gravidyne. Puisque la force gravitationnelle est attractive, les deux sphères de l'haltère sont attirées vers le centre de la Terre ; elles ont alors tendance à se rapprocher. Nous récupérons donc de l'énergie lors de la contraction du gravidyne, alors que nous en dépensons pour le déployer. La différence est égale au gain d'énergie orbitale : l'énergie dépensée pour faire pulser le gravidyne est transformée en énergie orbitale.

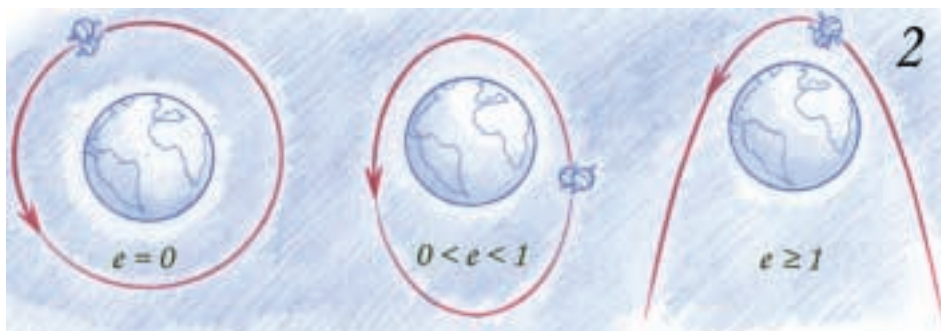
Le pilotage du gravidyne est aussi fondé sur l'utilisation judicieuse des résonances. La période de pulsation du gravidyne coïncide exactement avec la période de révolution orbitale. On augmente l'énergie du gravidyne en variant sa longueur à des moments bien choisis, tout comme un enfant accélère le mouvement de sa balançoire en dépla-

çant son corps aux bons moments, ou comme les tireurs du grand encensoir de Saint-Jacques-de-Compostelle augmentent l'amplitude des oscillations en modifiant périodiquement la longueur de la corde de suspension.

UNE SOLUTION MIRACLE ?

Ce mécanisme d'amplification paramétrique serait donc parfait si le calcul ne nous ramenait à la dure réalité. À chaque cycle, l'excentricité du gravidyne augmente d'une quantité proportionnelle à $(l/a)^2$, où l est la distance des deux masses et où a est la longueur du demi grand axe de l'orbite (tant que l/a est assez petit). Pour atteindre une excentricité unité, synonyme d'échappement, il faudra environ $(a/l)^2$ cycles. Si l'orbite de départ d'un gravidyne d'un kilomètre de longueur a un demi grand axe de 7 000 kilomètres, il lui faudra environ 49 millions de révolutions pour se libérer, ce qui prendra 9 000 ans ! Un gravidyne de 100 kilomètres de longueur atteindrait cet objectif en moins d'un an.

Ce procédé de navigation interplanétaire permet aussi d'imaginer une possibilité inédite de sauvetage d'un cosmonaute perdu hors de sa base spatiale et sans moyen de propulsion : par des pulsations adéquates obtenues en nageant la brasse, il modifiera son orbite et pourra rejoindre son vaisseau. Mais surtout ne demandez pas combien de temps il mettra...



Roland LEHOUCQ est astrophysicien au Service d'astrophysique du CEA.

V. BÉLETSKI, *Essai sur le mouvement des corps cosmiques*, Éditions Mir, 1986.

A. CAZENAVE et **A. BRAHIC**, *L'effet des marées dans le Système solaire*, in Dossier Les terres célestes, *Pour la Science*, avril 1999.

J. S. LOSADA, *La physique de l'encensoir*, in *Pour la Science*, septembre 1990.



Premiers jumeaux : frères ennemis?

JEAN-PAUL DELAHAYE

En additionnant les inverses des nombres premiers jumeaux, un mathématicien obstiné découvre des erreurs dans les microprocesseurs.

Il arrive que l'écart entre deux nombres premiers soit égal à 2. Ainsi le nombre premier 11 est suivi de 13, 17 de 19, 29 de 31, etc. Le problème, comme nous le verrons, est dans le etc.!

Ces paires sont dénommées des nombres premiers jumeaux ; si l'on ne sait pas très bien qui s'y intéresse le premier, elles sont l'objet d'une grande attention depuis un siècle. Leur étude a donné lieu à de nombreuses spéculations mathématiques et à de non moins nombreux

calculs informatiques. L'un d'eux, dont les conclusions viennent d'être rendues disponibles, a mené un paisible mathématicien à faire trembler sur sa base la puissante industrie des microprocesseurs ; d'autres ont amené la découverte de nouvelles propriétés des nombres premiers. Ainsi, par certains côtés, l'arithmétique ressemble plus à une discipline expérimentale,

proche de la physique, qu'à une branche des mathématiques dites «pures».

EN TROUVE-T-ON TOUJOURS ?

Existe-t-il une infinité de nombres premiers jumeaux ? C'est l'une des plus célèbres conjectures mathématiques : on ne sait ni prouver qu'il n'y a qu'un nombre fini de nombres premiers jumeaux ni démontrer le contraire. La situation est choquante, car moins de 30 mots suffisent pour démontrer qu'il existe une infinité de nombres premiers : *S'il n'y en avait qu'un nombre fini, leur produit additionné de 1 serait divisible par l'un d'eux, donc 1 aussi, ce qui est absurde.* En même temps, tout semble s'opposer à ce que l'on sache (avec certitude) si, oui ou non, il existe une infinité de nombres premiers jumeaux. Les deux problèmes sont très proches, pourtant l'un est facile, alors que l'autre résiste obstinément.

Bien sûr, les calculs montrent que l'on trouve toujours des nombres premiers jumeaux, aussi loin qu'on aille. On a cherché aussi à compter le nombre précis de premiers jumeaux inférieurs à n . Ce calcul, par recherche exhaustive, a été mené jusqu'à la valeur de n égale à 10^{15} (un million de milliards) : pour 29 844 570 422 669 nombres premiers inférieurs à 10^{15} , on compte exactement 1 177 209 242 304 paires de nombres premiers jumeaux, soit environ quatre pour cent.

Les mathématiciens ont trouvé des nombres jumeaux beaucoup plus grands que cette valeur. Actuellement, la plus grande paire, découverte il y a quelques semaines, est composée de deux nombres de 11 755 chiffres chacun, qui sont : 361700055.2^{39014} plus et moins 1. Ces nombres ont été capturés par Henri Lifchitz, un ingénieur français passionné des nombres premiers (en 1971, il avait déjà publié une table des nombres premiers inférieurs à 20 millions).

Les nombres premiers se raréfient ;

1. LE BUG DU PENTIUM : AVEC THOMAS NICELY, TESTEZ VOTRE MACHINE!

Le problème du *Pentium*, dévoilé par Thomas Nicely, a été décortiqué, et des cas d'erreurs très simples ont été repérés. Le pire cas a été découvert par Tim Coe : $4195835.0 / 3145727.0$ donne 1.333739068902... au lieu de 1.333820449136... sur le *Pentium*. L'erreur est 10 000 fois supérieure à celle que donne une calculette à 50 francs : il ne s'agit pas d'une erreur normale d'arrondi.

Pour le petit programme de trois instructions : $B = 4.1 - 1.1$; $A = 699306 * B$; $Q = A / B$, le *Pentium* donne $Q = 699263.3$ au lieu de $Q = 699306$. Dans ce programme, il ne faut pas remplacer $4.1 - 1.1$ par 3, car le *Pentium* calcule en binaire et ni 4.1 ni 1.1 ne s'écrivent exactement en base 2.

Pour le quotient $4.9999999/14.999999$ le *Pentium* donne 0.33332922 au lieu de 0.33333329. Là non plus, il ne s'agit pas d'une erreur normale d'arrondi, mais d'une erreur dans la conception même de l'algorithme de division du processeur mathématique des premières versions du *Pentium*.

Une analyse détaillée montre que c'est souvent avec des nombres proches de l'unité que le *Pentium* se trompe. Or il se trouve que, dans toutes sortes de calculs, de tels nombres apparaissent naturellement, ce qui fait que, même si peu de divisions sont mal calculées, ce sont par malchance des divisions qu'on a la plus grande probabilité de rencontrer. Vaughan Pratt a ainsi montré que, si l'on s'intéresse aux quotients x/y , avec x et y variant entre 1 et 100 par pas de $1/100000$, la probabilité de tomber sur une erreur du *Pentium* est de $1/3000$, ce qui est très loin du $1/9 \times 10^9$ indiqué par Intel pour se défendre!

L'erreur du *Pentium* n'est pas bénigne! Remarquons cependant que les erreurs d'arrondi sont normales et inévitables, et qu'elles se produisent même avec des microprocesseurs sans bug. Leur accumulation doit être contrôlée : un rapport du *General Accounting Office* américain cite le cas d'un missile *Patriot* qui, pendant la guerre du Golfe, n'a pas intercepté sa cible, à la suite d'accumulations d'erreurs d'arrondi, causant la mort de 28 personnes.



Thomas Nicely