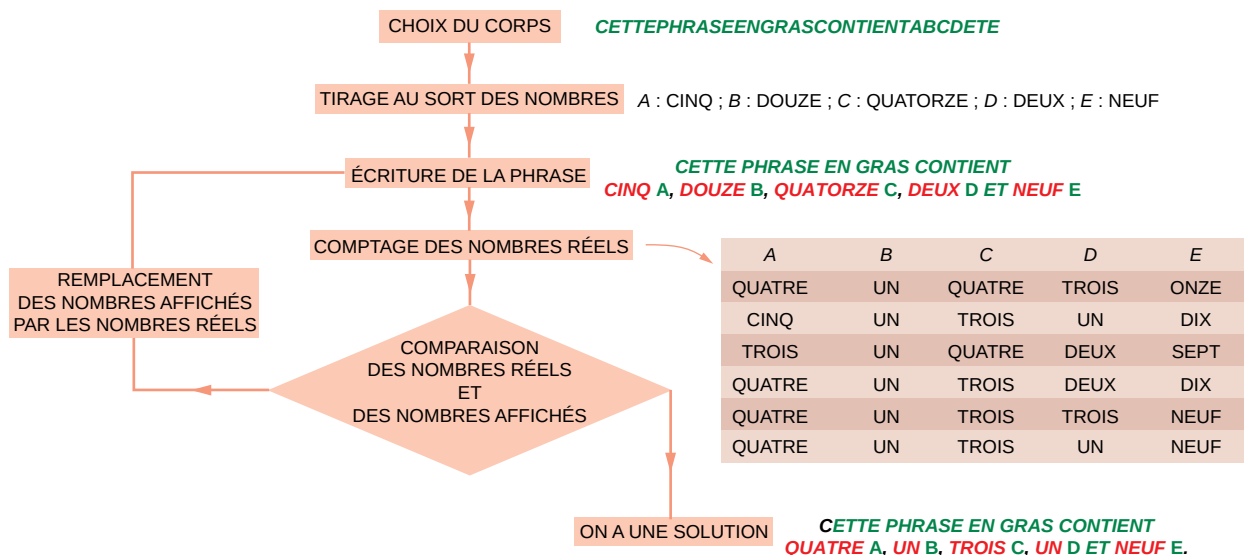




Un algorithme permet de trouver des phrases réflexives dont on a initialement choisi le corps : on tire au sort les nombres associés aux lettres, on écrit la phrase, et on compare ces nombres affichés avec les nombres réels. Si des nombres réels sont différents des nombres affichés, il les remplacent, et on recommence jusqu'à ce que l'on ait trouvé une solution. Dans l'exemple, volontairement limité aux cinq premières lettres de l'alphabet, on obtient une solution après six itérations seulement (les

valeurs des nombres réels à chaque itération sont donnés dans le tableau à droite). Avec tout l'alphabet, plusieurs milliers d'itérations sont généralement nécessaires, et l'on ne trouve pas nécessairement de solution, même s'il en existe une. Une amélioration de la méthode consiste à ne remplacer, à chaque étape, qu'un seul des nombres affichés par le nombre réel de la lettre correspondante : on bouleverse ainsi moins la phrase à chaque étape, et on trouve plus fréquemment une solution.

Par cette méthode, nous trouvons quelquefois des solutions. Son succès est surprenant, car la phrase est bouleversée à chaque itération : la valeur de la plupart des nombres appartenant à la partie mobile est modifiée à chaque étape. Chaque phrase est donc très différente de la précédente, et l'on ne s'approche pas régulièrement de la solution (si elle existe) : on peut successivement s'en approcher et s'en éloigner.

Toutefois, ce procédé a un avantage important : si l'on arrive à une situation où l'ensemble des lettres des nombres réels est identique à l'ensemble des lettres des nombres affichés, on obtient la solution à l'étape suivante. Supposons que nous ayons dans la phrase du titre et du chapeau « quatre t », au lieu de vingt-quatre, et « vingt-sept x » au lieu de sept, les autres nombres étant les mêmes. Les nombres réels donneront, à l'étape suivante, « vingt-quatre t » et « sept x », ce qui est la solution.

UN SEUL REMPLACEMENT

J'ai amélioré cette méthode. Au lieu de remplacer à chaque itération tous les nombres affichés par les nombres réels correspondants, le programme choisit une seule lettre dont le nombre affiché est différent du nombre réel, et il ne remplace que le nombre affiché de cette lettre par son nombre réel. Cette nouvelle méthode doit préserver une qualité essentielle de la précédente : quand l'ensemble des lettres des nombres réels est le même

que l'ensemble des lettres des nombres affichés, on doit obtenir la solution à l'étape suivante. Sinon, on risque de passer à côté d'une solution évidente. J'ai donc ajouté une vérification : le programme détermine l'ensemble des lettres des nombres réels et celui des lettres des nombres affichés qui en diffèrent. Si ces deux ensembles sont identiques, l'ensemble des nombres réels est une solution. Pour ne pas trop allonger le temps de calcul, le programme ne fait cette comparaison que si l'écart entre les nombres réels et les nombres affichés (l'écart est la somme des valeurs absolues des différences entre les nombres réels et les nombres affichés) n'est pas trop grand.

Cette amélioration est performante : elle permet de trouver plus de solutions. Cela est dû à ce que la phrase est moins bouleversée à chaque itération, puisque l'on ne change qu'un seul nombre affiché : la partie mobile est plus stable.

Pour trouver de nombreuses phrases, j'ai introduit dans le programme un générateur de corps de phrases. J'ai défini d'une part un « noyau », suite de mots commune à tous les corps, et j'ai défini d'autre part plusieurs endroits, dans le noyau, où le programme peut insérer un « ajout », groupe de mots pris parmi plusieurs possibilités liées à chaque endroit. La présence ou l'absence de ces ajouts ne change pas le sens du corps : par exemple, « cher lecteur », « chers lecteurs », « ami lecteur » en tête de phrase ou « pour terminer », « finalement », « pour finir » avant le z final. En combinant une dizaine de

possibilités d'ajout, on crée de nombreux corps. À partir d'un même noyau, le programme engendrait 12 288 corps différents, ce qui pouvait donner naissance à environ 9 000 phrases réflexives.

PLURALITÉ DE SOLUTIONS

Le même corps donne parfois plusieurs solutions. Pour le cas de deux caractères, nous avons vu la phrase : « Cette phrase contient exactement cinq n et trois o. » Il existe d'autres solutions sur le même corps, par exemple : « Cette phrase contient exactement quatre n et trois o. », « Cette phrase contient exactement cinq n et deux o. », « Cette phrase contient exactement quatre n et deux o. »

Ce phénomène est fréquent, même quand on indique les nombres d'apparitions des 26 lettres de l'alphabet : pour les corps ayant au moins une solution, le nombre moyen de solutions est d'environ 1,5. Le record actuel est de dix phrases différentes construites sur le même corps. Voici l'une de ces dix phrases : « Vous avez bien raison de compter toutes les lettres de cette phrase avant de la croire quand elle vous affirme qu'elle contient quinze a, deux b, sept c, sept d, quarante-trois e, quatre f, cinq g, trois h, vingt et un i, un j, un k, huit l, quatre m, vingt-cinq n, treize o, sept p, douze q, vingt et un r, quinze s, trente-quatre t, vingt-quatre u, neuf v, un w, trois x, un y et pour terminer six z. »

À partir d'un point de départ, on peut soit arriver à une solution, soit tourner indéfiniment dans une boucle.