

page en deux (le rectangle $\sqrt{2} : 1$ est le seul qui, lorsqu'il est coupé en deux par le milieu, donne deux rectangles semblables au rectangle initial). Pas plus que le format de papier américain, ou celui de cette revue, les rectangles utilisés pour les écrans de cinéma et de télévision etc., ne sont des rectangles d'or. Le format des cartes de crédit s'en approche, mais reste une exception.

Même si, objectivement, le rectangle d'or ne possède pas de propriétés esthétiques exceptionnelles, rien n'interdit à ceux qui pensent le contraire de les utiliser comme des canevas préparatoires à leurs toiles ou aux plans de leurs constructions. C'est d'ailleurs ce qui se produit, et c'est pourquoi de nombreuses œuvres d'art utilisent le nombre d'or. Le tableau de Salvador Dali *Sacrement de la dernière cène* est l'une de ces œuvres bâties sur le nombre d'or (il contient d'ailleurs un dodécaèdre). D'autres comme *Le repas chez Levi* de Véronèse, *La résurrection* du Tintoret, par exemple, semblent aussi conçus en utilisant aussi un découpage fondé sur Φ . Au début du siècle, Φ a d'ailleurs été explicitement au centre des préoccupations des peintres Maurice Denis, Paul Sérusier, Juan Gris, Seurat, Puvis de Chavannes qui l'utilisèrent. La théorie esthétique du nombre d'or en peinture est un bel exemple de théorie auto-réalisatrice : le seul fait de l'énoncer et d'y croire fait qu'on l'applique et donc la rend vraie, du moins partiellement.

Les théories esthétiques du nombre d'or gênent par leur côté totalitaire et exclusif. D'autres théories esthétiques plus ouvertes, comme celles de Jay Hambridge et d'Edwards B. Edwards aux États-Unis, ont accordé autant d'importance aux autres nombres irrationnels élémentaires $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ou $\sqrt{5}$ et ont suggéré d'exploiter les propriétés spécifiques clairement identifiées des rectangles fondés sur ces nombres. De telles théories, à conditions qu'elles ne prétendent pas interdire l'utilisation de divisions par des rapports entiers (eux aussi intéressants), sont utiles et conduisent incontestablement à d'intéressantes réussites picturales. Ces considérations esthétiques ne sont pas absurdes, ramenées à leurs justes, mais non divines, proportions.

CONSTANTES FRÉQUENTES

Finalement, en mathématiques et en science, le nombre d'or est-il important ? Le nombre d'or est naturellement associé à certaines figures géométriques simples, mais aussi à d'autres situations qui n'ont rien à voir avec la géométrie. Comme chacun le sait, la suite de Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... (chaque terme est obtenu

8. LE NOMBRE D'OR ET FIBONACCI

La suite de Fibonacci est définie par $F_1=1$, $F_2=1$, $F_3=2$, $F_4=3$, $F_5=5$, $F_6=8$, $F_7=13$... Chaque élément est la somme des deux précédents.

Cette suite possède de nombreux liens avec le nombre d'or.

(a) La limite

La limite, quand n tend vers l'infini, de F_{n+1}/F_n est Φ : une bonne approximation de Φ est donnée par le quotient F_{n+1}/F_n . Ainsi $13/8 = 1,625$, alors que $\Phi = 1,6181339$...

(b) Les formules donnant Φ^n

$\Phi^2 = \Phi + 1$; $\Phi^3 = \Phi^2 + \Phi = 2\Phi + 1$; $\Phi^4 = \Phi^3 + \Phi^2 = 3\Phi + 2$; $\Phi^5 = \Phi^4 + \Phi^3 = 5\Phi + 3$; $\Phi^6 = \Phi^5 + \Phi^4 = 8\Phi + 5$. La formule générale est : $\Phi^{n+2} = \Phi^{n+1} + \Phi^n = F_{n+2}\Phi + F_{n+1}$.

(c) La formule de Binet

$F_n = (\Phi^n - (-1/\Phi)^n) / \sqrt{5}$.

(d) La formule avec la partie entière

$F_n = [\Phi^n / \sqrt{5} + 1/2]$ ($[x]$ désigne la partie entière de x).

comme la somme des deux précédents) est fortement liée à Φ .

Certains résultats mathématiques font intervenir Φ en dehors de tout contexte géométrique. Ainsi, un résultat d'optimisation indique que, pour connaître le maximum d'une fonction continue, croissante puis décroissante, une méthode très efficace consiste à l'évaluer en des points qui découpent le segment auquel on s'intéresse selon le rapport Φ .

La plus simple des fractions continues est celle de Φ :

$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$

Cela ne signifie pas que Φ est le plus simple des irrationnels : $\sqrt{3}$ pourrait aussi revendiquer ce titre, puisqu'il est présent dans le plus simple des polygones réguliers (le triangle équilatéral). Le nombre $\sqrt{2}$ lui aussi peut revendiquer ce titre (2 vient avant 3, $\sqrt{2}$ est associé à l'angle droit, le plus simple des angles) : il n'y a pas d'irrationnel le plus simple. La formule :

$$\Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}}$$

est certes très belle, mais plus compliquée que $\sqrt{2} = \sqrt{1+1}$. D'autres occurrences de Φ apparaissent ici et là en mathématiques, mais nul mystère à cela : Φ est solution d'une équation simple et les choses simples se retrouvent partout ; il en va de même des autres constantes mathématiques e , π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, qui, chacune à sa façon, est simple (la définition de chacune tient en quelques mots).

Le nombre π est évidemment bien mieux représenté dans la nature que Φ puisque dès qu'on rencontre un cercle ou une sphère, le nombre π est implicitement donné : mesurez la longueur du

périmètre du premier arbre venu et divisez-le par le diamètre vous trouverez une valeur proche de π ! De même, $\sqrt{2}$ apparaît dès que des carrés sont présents (il y en a dans les cristaux) et $\sqrt{3}$, dès qu'on a des réseaux triangulaires ou hexagonaux (cristaux, nids d'abeilles, par exemple), etc.

La découverte des quasicristaux (ayant une symétrie d'ordre cinq), des molécules dont la forme est celle d'un dodécaèdre, et des virus ayant aussi cette forme montre que la symétrie d'ordre cinq est plus fréquemment utilisée par la nature qu'on ne l'imaginait il y a 20 ans. Cela accroît légèrement l'importance en science de la constante mathématique Φ , qui cependant reste loin derrière $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π ou e .

Le mythe du nombre d'or plaît, car il procure à ceux qui l'adoptent l'illusion agréable de détenir un secret essentiel du monde. On peut parier que ce sentiment survivra longtemps encore : ni les travaux de Gustav Theodor Fechner qui, dès le XIX^e siècle le réfutait, ni ceux de Marguerite Neveux, qui dénonçant l'inconsistance de sa base historique, montrent le peu de sérieux de ses thuriféraires, ni bien sûr cet article, ne suffiront à l'éteindre.

J.-P. ADAM, *Le passé recomposé : chroniques d'archéologie fantasque*, Seuil, Paris, 1988.

C. BOULEAU, *Charpentes. La géométrie secrète des peintres*, Seuil, Paris, 1983.

M. GHYKA, *Le nombre d'or. Rites et rythmes pythagoriciens...*, Gallimard, 1931.

Roger HERZ-FISHER (1987, 1998, Dover Publication, New York)

H. E. HUNTLEY, *The Divine Proportion : A Study in Mathematical Beauty*, Dover Publications, New York, 1970.

M. NEVEUX. *Le nombre d'or. Radiographie d'un mythe (suivi de La divine proportion de H. Huntley)*, Seuil, 1995.

Les feux d'artifice

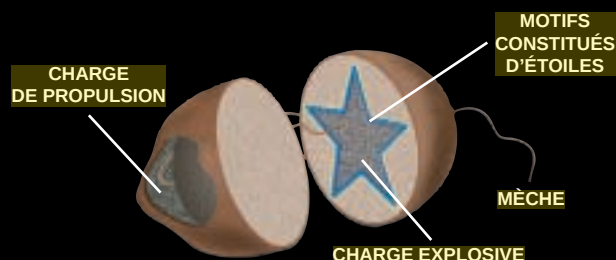
GEORGE ZAMBELLI

Aucune application de la chimie ne suscite autant d'émerveillement que les feux d'artifices. Aujourd'hui, lors des plus grands feux d'artifices, les ordinateurs synchronisent les mises à feu des fusées très bien temporisées avec la musique d'accompagnement. Les explosions elles-mêmes résultent de l'agencement précis (mais souvent secret) de poudre, de résine, de gomme, de papier et de ficelle. Cette structure des fusées a peu évolué pendant cinq siècles de pyrotechnie.

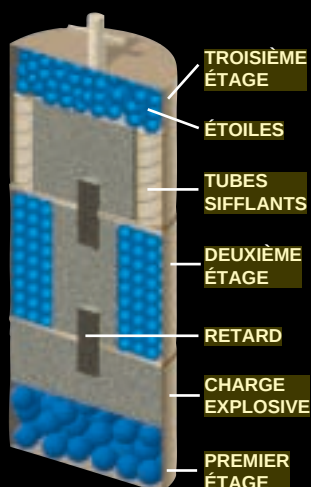
LES TUBES DE LANCEMENT, en métal ou en plastique, sont fixés au sol et chargés avant le spectacle. Un contacteur électronique commandé par ordinateur allume la mèche, qui enflamme de la poudre noire composée de nitrate de potassium, de charbon et de soufre – jusqu'à 170 grammes pour une fusée de 15 centimètres de diamètre et constituée de trois niveaux – chargée de propulser les fusées.

TUBES DE MORTIER

CERTAINES FUSÉES libèrent des motifs lumineux variés : étoiles, cœur, etc. Ces motifs proviennent de boulettes chimiques, disposées à la périphérie d'une enveloppe à la forme voulue et emplies de poudre explosive. L'ensemble est contenu dans une coquille sphérique pleine de sciure ou de cosses de riz.



UNE FUSÉE de 15 centimètres de diamètre peut exploser en plusieurs étapes au cours de son ascension jusqu'à plusieurs centaines de mètres d'altitude. L'étincelle passe d'un étage à un autre grâce à de petites mèches rigides, nommées retards. La quantité de poudre dans ces mèches détermine le laps de temps qui sépare deux explosions (entre une et huit secondes).



LES FUSÉES SIFFLANTES contiennent des tubes en carton qui renferment du perchlorate de potassium, de la gomme accroïque (une sécrétion végétale) et du benzoate de sodium ; ils sont bouchés par de l'argile à leur extrémité supérieure. Lorsque le mélange brûle, il libère des gaz qui sont injectés avec un sifflement aigu.

LES CHARGES EXPLOSIVES, à l'intérieur des fusées, enflamment des «étoiles» sphériques composées d'un mélange de poudre métallique, de sels chimiques et de colle. Les étoiles incandescentes peuvent changer périodiquement de couleurs selon les couches qui se vaporisent à leur surface et en libèrent d'autres de composition différente.

Paléontologie

L'âge du monde

Pascal Richet. Éditions du Seuil, 1999.

Jusqu'à la fin du XVIII^e siècle, l'Occident admettait que la Terre était âgée de 5 000 ans environ. Aujourd'hui, on a révisé cet âge à la hausse : il serait de 4,5 milliards d'années. Comment deux siècles d'études ont-ils conduit à une telle révision ? C'est le thème du livre intéressant de Pascal Richet, qui embrasse une histoire longue (elle commence chez les philosophes de la Grèce antique) et complexe (les approches successives qui ont été employées pour estimer l'âge du monde vont de l'exégèse biblique à la physique nucléaire, en passant par la géologie, l'astronomie et la thermodynamique).

On découvre, à la lecture de ce livre, combien de penseurs, parfois éminents, parfois un peu oubliés, se sont penchés sur ce problème. Plus longue encore est la liste de ceux dont les travaux ont contribué, de façon indirecte mais essentielle, à la résolution du problème, en établissant les principes de la thermodynamique, en mettant en évidence le rôle de la sélection naturelle ou en découvrant les rayons X. Au fil des pages, on rencontre aussi bien Aristote qu'Ernest Rutherford ou Jean Buridan, Pierre et Marie Curie que Léonard de Vinci, Thomas Huxley, Gottfried Wilhelm Leibniz ou Sadi Carnot... La question de l'âge du monde n'était pas simple, même pour ceux qui cherchaient la réponse dans la Bible (en témoignent les résultats discordants tirés des généalogies bibliques, y compris par des savants de l'envergure de Newton). D'ailleurs, pouvait-on vraiment donner un âge au monde ? N'était-il pas éternel, comme le pensaient Aristote ou James Hutton, qui ne trouvait « nul vestige d'un début – nulle perspective d'une fin » ? On ne doute plus, aujourd'hui, que la Terre ait eu un commencement, mais la question se pose pour l'Univers.

Quand la recherche de l'âge du monde se révéla un objectif scientifique légitime, beaucoup s'attaquèrent au problème. P. Richet a le grand mérite d'envisager l'évolution des idées en la matière dans un cadre très large. Il ne craint pas les digressions utiles, pas plus que les anecdotes révélatrices, qui rendent plus vivante, plus humaine, la kyrielle de personnages qu'il fait défiler devant le lecteur. L'auteur montre bien que les recherches qui visent à déterminer l'âge du monde,

que ce soit dans les astres, les strates ou les isotopes, sont le fait de chercheurs individuels, pas d'équipes, pas même d'écoles. Certes, ils travaillent dans un contexte, dans un environnement scientifique, mais les découvertes et les progrès fondamentaux sont dus à des individus. Ils font parfois fausse route, certains se trompent lourdement, leurs découvertes sont parfois fortuites, ou réalisées à une tout autre fin que celles auxquelles elles serviraient finalement, ils se heurtent à des oppositions diverses, peu scientifiques et parfois vigoureuses (qui viennent, suivant le lieu et l'époque, de l'Inquisition, de l'Université de Paris, du NKVD ou de la Gestapo !). Bref, ils sont humains. P. Richet nous les décrit d'ailleurs avec beaucoup de sympathie, sans aucun manichéisme : il n'y a pas de méchants réactionnaires qui auraient tenté de faire obstacle au progrès de la science, confrontés à de lumineux bienfaiteurs de l'humanité. Il y a des chercheurs qui tâtonnent, se fourvoient parfois, ont souvent des opinions divergentes et ne font pas de cadeaux à leurs adversaires – mais c'est la réalité de la science, sur laquelle il ne sert à rien de vouloir porter un jugement.

Bien sûr, les efforts de tant de talents divers ne font pas une histoire linéaire, un progrès continu des connaissances. Ce livre réserve donc quelques surprises : on verra comment Buridan, au XIV^e siècle, envisageait sans être inquiet des durées de centaines de millions d'années, position qui deviendra plus difficile dans une Renaissance troublée par l'intégrisme protestant et catholique, et empêtrée dans la théorie des correspondances entre microcosme et macrocosme. On verra aussi comment les tenants des « sciences dures » n'ont pas toujours raison. L'exemple le plus démonstratif est celui de William Thomson (qui devint lord Kelvin), dont les calculs (mathématiquement irréprochables) imposaient à la Terre un âge ne dépassant guère une vingtaine de millions d'années. Les biologistes contemporains, Darwin et Huxley en tête, ne se contentaient pas d'une si courte durée comme cadre de toute l'évolution des êtres vivants. Le conflit dura jusqu'à ce que la découverte de la radioactivité montre que Kelvin avait ignoré une source de chaleur fondamentale dans ses calculs sur le refroidissement de la Terre et l'évolution du Soleil.

Cette histoire aux multiples rebondissements est aussi une célébration de la science, d'autant plus efficace qu'elle est subtile. Pas de triomphalisme, pas de glorification d'un illusoire progrès inexorable des connaissances. L'avancement de la connaissance se fait par à-coups, la chance et le hasard y jouent un rôle notable, et les scientifiques sont

des hommes comme les autres. Toutefois la connaissance progresse.

C'est certainement là un des meilleurs livres d'histoire des sciences publiés en France ces dernières années.

Eric BUFFETAUT

Astronomie

Soleil noir. Histoire et mécanique des éclipses

Leïla Haddad et Alain Cirou. Coéditions le Seuil-Association française d'astronomie, 1999.

L'éclipse totale de Soleil, phénomène naturel grandiose, est un événement commercial et médiatique. De nombreuses revues ou livres décrivent ce spectacle, joignant parfois, pour les lecteurs, une paire de lunettes, en Mylar, afin de protéger efficacement leur vue lors de l'observation de l'éclipse partielle, très dangereuse pour la rétine. Les productions littéraires sont de qualités très diverses : du banal au très bon.

Le livre publié par les Éditions du Seuil et l'Association française d'astronomie est avant tout original par sa présentation : l'ouvrage est tout rond, comme le Soleil ou la Lune. Le texte est en blanc sur fond noir, entouré d'une marge circulaire avec, parfois, des photographies ou des schémas qui viennent le masquer partiellement... comme lors d'une éclipse.

Cette maquette a ses inconvénients : quelques illustrations sont trop petites pour être bien lisibles, et certains mots de vocabulaire scientifique auraient gagné à être mis en valeur par de la couleur, qui aurait ainsi facilité la lecture.

Le contenu de ce livre de bonne vulgarisation, au style attrayant, plus journalistique que didactique, est très bien documenté. On n'y trouve pas les erreurs historiques, hélas habituelles, concernant, par exemple, les légendes du *saros* (un cycle des éclipses, égal à 18 ans environ) qui aurait été « connu des Chaldéens » (suite à une erreur d'interprétation de Edmond Halley en 1692), ou de l'éclipse survenue en l'an 585 avant notre ère et qui aurait été « prévue » par Thalès (d'après Hérodote, un siècle plus tard), ou encore des malheureux Chinois Hi et Ho, exécutés il y a 45 siècles pour n'avoir pas su « prévoir » une éclipse. Au contraire, le livre mentionne clairement que ces anecdotes sont erronées. Les éclipses de Soleil ne sont réellement prévisibles que depuis Hipparque, un siècle seulement avant notre ère.