

courant). [...] Même comme métaphore vague (qu'on pourrait remplacer par celle, géométrique et accessible à chacun, mais ce ne serait pas drôle, de sommets montagneux de plus en plus hauts) l'incomplétude des systèmes formels n'est pas comprise. On ne retient de Gödel que l'idée (fausse et passablement religieuse) de vérités qui échappent à la vue de ceux qui sont situés en un point théorique donné et qui par principe leur échapperont toujours, car le théorème dit qu'il en est ainsi! L'idée que celui qui évoque le théorème réalise un dépassement de tout cela est souvent implicite et produit sans doute l'effet (recherché) qu'il est au-dessus de la mêlée (pré-gödelienne), hors de portée d'une certaine façon des effets du théorème de Gödel (car comme en psychanalyse peut-être le fait de savoir est déjà le début de la guérison !))» (Jacques Bouveresse, *Qu'appelle-t-il penser?* Les cahiers rationalistes, septembre 1998 et novembre 1998).

LE THÉORÈME DE FERMAT EST-IL DÉMONTRÉ?

À l'inverse, l'importance au quotidien en mathématiques de l'incomplétude n'est pas toujours clairement perçue. Illustrons-la à propos du grand théorème de Fermat. Ce théorème est l'affirmation qu'il n'existe aucun quadruplet de nombres entiers x , y , z et n avec x , y et z positifs, et n supérieur à 2 tel que $x^n + y^n = z^n$. Il s'agit donc d'un énoncé d'arithmétique et l'on s'attend, s'il est vrai, à ce qu'il soit démontrable dans le système formel naturel de l'arithmétique, qui est l'arithmétique de Peano. Or la démonstration d'Andrew Wiles de 1994 utilise des moyens bien plus puissants et fait usage de la théorie des ensembles nommée théorie de Zermelo-Fraenkel. La question se pose donc : le théorème de Fermat peut-il être démontré dans l'arithmétique de Peano ou nécessite-t-il vraiment l'usage de toute la puissance de Zermelo-Fraenkel? Autrement dit, ce théorème est-il un indécidable de l'arithmétique de Peano?

Personne ne sait répondre aujourd'hui, mais des équipes de chercheurs s'occupent de cette question, en particulier en France où Patrick Cegielski et Olivier Sudac ont déjà obtenu des résultats très intéressants. Ils ont montré que le théorème de Dirichlet (qui indique que, dans toute progression arithmétique $an+b$, a et b premiers entre eux, il y a une infinité de nombres premiers) et le théorème de répartition des nombres premiers d'Hadamard et de La Vallée-Poussin (qui indique qu'il y a environ $n/\ln(n)$ nombres premiers inférieurs à n) étaient démontrables dans l'arithmétique de Peano. De tels résultats sur la décidabilité des énon-

cés d'arithmétique dans la théorie de Peano sont importants pour le mathématicien, car ils rendent plus sûres les démonstrations obtenues dans Zermelo-Fraenkel et les libèrent d'hypothèses implicites sur la réalité des ensembles.

En effet, la notion d'ensemble est beaucoup plus délicate que celle de nombre entier (la première permet d'ailleurs de retrouver la seconde), et l'assurance que nous avons que ces entités que nous appelons ensembles existent est bien moins grande que celle que nous avons que les entiers existent. D'ailleurs, face aux nombreux problèmes de la théorie des ensembles, des mathématiciens de très grand renom comme Brouwer, Borel, Lebesgue, Weil ou Poincaré ont exprimé des doutes concernant les ensembles ou même les ont complètement rejetés.

Pour eux, la preuve de Wiles ne serait pas complètement satisfaisante (ce qui ne signifie pas qu'ils la jugeraient inintéressante!). Une preuve du théorème de Fermat n'utilisant que l'arithmétique de Peano serait un soulagement, et si l'on devait découvrir qu'une telle preuve n'existe pas – que le théorème de Fermat est un indécidable de l'arithmétique de Peano –, ce serait une découverte encore plus importante, qui amènerait à reconsidérer l'arithmétique de Peano qu'on juge (sans preuve) comme suffisante pour tous les résultats d'arithmétique classique.

Un résultat de logique indique que, si l'on ajoute à l'arithmétique de Peano l'axiome affirmant que «la théorie des ensembles est consistante», alors, avec la preuve du théorème de Fermat de Wiles, on pourra en construire une dans l'arithmétique de Peano. Pour penser que le théorème de Fermat est vraiment démontré, il n'est donc pas nécessaire de croire à l'existence des ensembles, mais seulement à la consistance de la théorie Zermelo-Fraenkel, ce qui est beaucoup plus faible. Aujourd'hui, concernant le théorème de Fermat, trois attitudes sont donc possibles.

(a) Soit on fait confiance à l'évidence des ensembles (ils existent, et ce qu'on démontre avec eux est vrai sans qu'on ait rien à craindre), et alors la démonstration de Wiles prouve définitivement le théorème de Fermat.

(b) Soit on fait confiance seulement à la consistance du système formel Zermelo-Fraenkel, et alors la démonstration de Wiles est garantie par le fait qu'il existe une preuve du théorème de Fermat dans l'arithmétique de Peano qui utilise l'hypothèse de cette consistance. Croire en la consistance de Zermelo-Fraenkel sans croire aux ensembles peut se justifier en disant que, depuis bientôt un siècle qu'on utilise ZF, personne n'y

a trouvé de contradiction. Bien des mathématiciens sont tentés par cette position, qui leur évite l'engagement ontologique de croire aux ensembles, mais ils doivent se rendre compte que c'est là une position contraire à celle qu'on prend habituellement concernant les conjectures non démontrées : quand aucun contre-exemple n'a été découvert concernant une conjecture, on ne la considère pas pour autant comme vraie ; pourquoi alors considérer que Zermelo-Fraenkel ne donne jamais de contradiction du seul fait qu'on n'en a pas trouvé jusqu'à maintenant! L'indécidabilité des preuves de consistance que le second théorème de Gödel énonce ne signifie pas que tous les systèmes auxquels on s'intéresse sont consistants!

(c) Soit on considère qu'il reste des doutes concernant la consistance de Zermelo-Fraenkel, et alors on doit aussi douter du théorème de Fermat, et donc en rechercher une preuve dans des systèmes plus faibles que Zermelo-Fraenkel, ou démontrer qu'il s'agit d'un indécidable de l'arithmétique.

Le nombre premier de deux millions de chiffres évoqué dans le dernier article ne valait pas 50 000 \$ mais rien du tout. En effet une malheureuse erreur typographique, qui, par les vertus du copier-coller, s'est répandue en quatre exemplaires dans l'article, a changé un "6" en "8". Le nombre premier gagnant a l'exposant 6 972 593 et non pas 8 972 593. Nous présentons toutes nos excuses aux lecteurs que cette erreur a pu gêner.

Patrick CEGIELSKI, Quelques contributions à l'étude des arithmétiques faibles, Thèse de doctorat d'État, Université de Paris VII, 1990.

J.-P. DELAHAYE, Arguments et indices dans le débat sur le réalisme mathématique, in L'Objectivité mathématique, Platonisme et structures formelles, pp. 23-48, Masson, 1995.

L. KIRBY et J. PARIS, Accessible Independence Results for Peano Arithmetics, in Bull. London Math. Soc., vol. 14, pp. 285-293, 1982.

R. SMULLYAN, Les théorèmes d'incomplétude de Gödel, Masson, 1993.

O. SUDAC, Étude de la prouvabilité de certains résultats classiques dans l'arithmétique primitive récursive et l'arithmétique de Peano, Thèse de doctorat, 1998.

D. VALLEMAN, Fermat's Last Theorem and Hilbert Program, in The Mathematical Intelligencer, vol. 19, n° 1, pp. 64-67, 1997.

Cosmologie

théories du ciel

Michel Cassé. Éditions Payot, 1999 (210 pages, 95 francs).

Fronde de l'auteur et signe des temps, *théories du ciel* rompt pour notre plus grand plaisir avec la vaste tradition de vulgarisation du Big Bang. En cet exercice de style, le titre en minuscules, ironiquement pompeux et justement pluriel, nous prépare dès le départ au déboulonnage du «Big». Le «Bang», lui aussi, se fait tout petit lorsqu'on nous explique qu'un son, aussi furieux soit-il, nécessite un espace – évidemment absent en cette origine du Tout – pour se propager. «L'émergence est silencieuse.» Tel le fier Guido Riccio da Fogliano qui orne la couverture, Michel Cassé parcourt son domaine en chevauchant ses passions. Et nous chevauchons avec lui, avec tous les hommes qui écrivent depuis toujours les «grands récits» des origines.

Bien sûr, le destrier est soigneusement corseté par la raison, le bâton de maréchal imprimant une profonde dignité au pas d'amble de l'équipage. Peu importe, le parti est net et franc : la cosmologie, c'est avant tout de la poésie. «Le lieu d'où parle n'importe quel cosmologiste, c'est son espace-temps culturel.» La relativité des théories et l'universalité du rêve font bon ménage en cette promenade autour du firmament.

Comment en sommes-nous arrivés là? Jadis la science était mieux rangée! En 1965, par exemple, Arno Penzias et John Wilson comprirent que les parasites de leur antenne micro-ondes, injustement attribués à un couple de pigeons nichant sur ladite antenne, étaient bel et bien le reflet à l'horizon de la naissance de l'Univers. Des mesures soigneuses confirmèrent qu'il s'agissait précisément du rayonnement fossile prévu par le modèle du Big Bang. Les cosmologies du type Big Bang entraient alors dans un âge d'or qui semble s'enfuir aujourd'hui.

A-t-on reculé depuis lors? Non, au contraire : les observations sont maintenant si nombreuses et si précises, mais aussi si diverses et si singulières, qu'elles encombrant nos descriptions théoriques d'une immense famille de fossiles hétéroclites. Il est de plus en plus difficile d'offrir un rôle à chaque acteur au théâtre de l'évolution universelle. Le casting ne se passerait

pour pas si mal s'il n'y manquait une cantatrice chauve, grande absente sans laquelle le récit actuel ne tiendrait pas : la matière noire, encore inconnue, qui pourrait peser jusqu'à dix fois autant que la matière lumineuse observée dans le ciel. Sans compter ce commandeur qui revient demander des comptes sur la «quintessence», nom récemment associé à la constante cosmologique, en référence aux premiers schémas platoniciens. Ce revenant, vous l'avez reconnu : il s'agit de l'éther, paré de ses nouveaux habits de vide quantique. En matière de vide, M. Cassé, déjà auteur de *Du vide et de la création* en 1993, est intarissable et nous régale de phrases splendides.

Mythes que tout cela? Mythes intercesseurs, nécessaires pour communiquer la «réalité inimaginable des physiciens aux non-physiciens», comme le suggère une citation de Claude Lévi-Strauss? Ou «mythologie du xx^e siècle» telle que «sera peut-être considérée notre théorie dans mille ans», tandis qu'elle est encore dans les jours lumineux de son enfance et croit en sa pleine vérité? Les métaphores colorées fleurissent ce texte comme autant d'étoiles à découvrir le long de la Voie lactée. Leur sel scientifique échappera souvent aux non-physiciens, mais tous, lecteurs physiciens et non-physiciens, prendront un profond plaisir à parcourir cette langue céleste.

Michel LAGUËS

Histoire des sciences

Louis Jurine, chirurgien et naturaliste (1751-1819)

Sous la direction de René Sigrist, Vincent Barras et Marc Ratcliff. Georg Éditeur, 1999 (494 pages, 50 francs suisses).

Il était difficile, pour un chirurgien du siècle des Lumières, de prétendre à une quelconque ascension sociale : ces praticiens, qui étaient également barbiers, se formaient par apprentissage, puis, munis de bons certificats, ils présentaient une maîtrise devant la Faculté. À cette occasion, ils devaient accomplir deux «chefs-d'œuvre» : une démonstration sur un cadavre et une intervention sur le vivant.

Alors ils avaient le droit d'ouvrir boutique et d'exercer leur art : «barberie», saignées, incisions d'abcès, traitements des blessures ou des maladies vénériennes... Autrement dit, un barbier chirurgien était considéré comme inférieur au médecin, bourgeois, cultivé, homme de science.

Dans ce contexte très codifié, le destin de Louis Jurine (1751-1819) apparaît comme particulièrement exceptionnel. Ce fils d'artisan guimpier (fabricant de galons et d'épaulettes), d'origine lyonnaise, était «natif de Genève» et n'en deviendra citoyen à part entière qu'en 1776. Pourtant il réussira une remarquable carrière médicale qui dépassera le cadre genevois, et il effectuera des recherches dans des domaines variés de l'histoire naturelle (botanique, entomologie, ornithologie, mammalogie, ichtyologie...). À ce double titre, sa renommée sera européenne.

Comment expliquer un tel parcours? En 1773, il devient maître en chirurgie. L'année suivante, son mariage lui assure une fortune confortable. En peu d'années, sa renommée de chirurgien est établie, et il est considéré comme «ayant la réputation du plus habile médecin d'une ville qui a toujours compté dans son sein plusieurs médecins habiles». Il assoit sa réputation par l'obtention de prix prestigieux, dont trois médailles de la Société de médecine de Paris pour le *Mémoire eudiométrique sur les gaz du corps humain* (1787), le *Mémoire sur l'allaitement artificiel* (1788) et le *Mémoire sur l'angine de poitrine* (1813) ; en 1812, il reçoit aussi le grand prix impérial pour son travail sur le «croup» (l'apparition de membranes dans le larynx, chez les personnes atteintes de diphtérie).

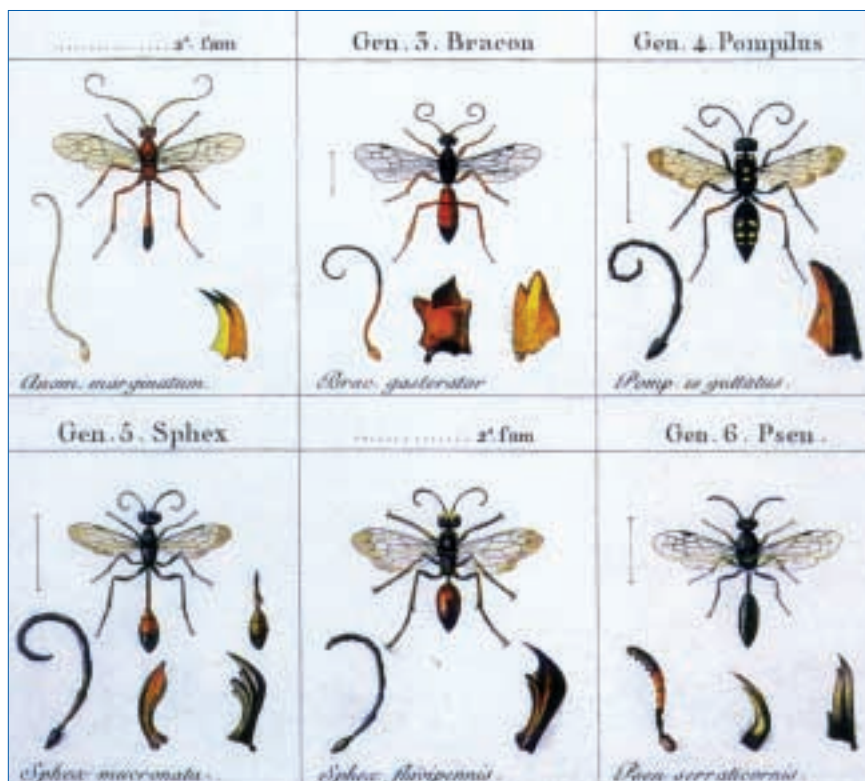
Sa carrière semble bien remplie : consultations dans sa boutique, à l'hôpital, et grosse clientèle privée, de plus en plus mondaine. Il est le médecin traitant de Friederike Brun, femme de lettres danoise qui dit de lui en 1802 : «Les étincelles de son esprit brillent de quelque côté qu'on frappe.» Et, en 1812, il assiste l'accouchement (dans le plus grand secret) de Mme de Staël. Jurine n'est pas seulement obstétricien, ses interventions sont ophtalmologiques, urologiques ou digestives, sans oublier les amputations (il ampute le naturaliste genevois Jean Senebier du bras gauche, pour une maladie des os de l'avant-bras et de la main). Enfin il assure des fonctions médico-légales : «visites» de cadavres, autopsies, examens d'enfants «exposés» (c'est-à-dire abandonnés).

Même s'il fait «le nécessaire pour remplir convenablement son état et ses

devoirs», Jurine regrette de ne pas être assez riche pour se consacrer entièrement à l'histoire naturelle. Il se cultive et reconnaît des maîtres, parmi lesquels Carl von Linné, Horace Bénédict de Saussure, Charles Bonnet ou Johann Christian Fabricius. Pourtant son souhait est de ne pas s'instruire en «perroquet» et de se passer de ses premiers guides. Après la constitution d'un herbier, il collectionne les minéraux, les insectes, les oiseaux, et il dispose bientôt du plus beau cabinet d'histoire naturelle de Genève, reflet de son amour de la nature, dont l'observation est «le chemin du bonheur».

Dès 1790, Jurine est très actif dans les sociétés savantes, où il présente les richesses du patrimoine naturaliste genevois. Il y fréquente l'élite scientifique et noue des relations avec les savants européens : c'est l'époque d'une large diffusion de la science. Il anime la Société d'histoire naturelle, qui deviendra la Société de physique et d'histoire naturelle, fréquente assidûment la Société des naturalistes genevois, et sera correspondant ou membre associé de nombreuses sociétés ou académies scientifiques ou médicales.

Jurine, comme tous les collectionneurs du XVIII^e siècle, souhaite classer ses échantillons au mieux, mais les systèmes de l'époque sont bien imparfaits. Concernant l'«insectologie», il a le choix entre le système linnéen, fondé sur le nombre, la forme et la texture des ailes, et celui de Fabricius, qui considère les organes de la manducation, avec, notamment, les palpes maxillaires et labiaux (système palpiforme). Il opte finalement pour des systèmes différents quand il classe les coléoptères (hannetons, scarabées, charançons...) et les lépidoptères (papillons), avant de proposer une *Nouvelle méthode de classer les Hyménoptères et les Diptères*, en 1807. Il veut corriger la «foule d'erreurs» du système palpiforme et définir des caractères plus «apparens», plus «certains», bien tranchés et applicables aux individus de toutes tailles, même les plus petits. Le but est de proposer une identification aisée, invariable et sans dissection délicate. À cette fin, il introduit un premier caractère principal, d'après les nervures des ailes, qui forment des «cellules» radiales, cubitales et brachiales. Ce repère est suffisant pour définir le genre, mais on peut compléter avec d'autres caractères principaux, qui utilisent les mandibules et les antennes, soit pour surmonter une difficulté d'utilisation du premier caractère, soit pour y suppléer en cas d'absence, soit pour subdiviser un groupe. Enfin, il n'hésite



Une planche dessinée par Louis Jurine.

pas à recourir à des caractères accessoires, telles la forme du corselet ou son attache sur l'abdomen.

Jurine privilégie toujours les caractères externes et veut ignorer les développements de l'anatomie comparée. Malgré les apparences, cette classification demeure artificielle. Il s'agit d'un inventaire strict de la création, avec un besoin impérieux d'établir une systématique stable et incontestable. C'est le systématicien qui choisit les caractères. Jurine, fortement influencé par Bonnet, conçoit la série des animaux comme une chaîne continue, marquée par des chaînons de transition. Même s'il reconnaît, avec Senebier, l'utilité de l'anatomie, de la physiologie et de l'écologie, il ne partage pas avec lui son penchant pour une classification naturelle, où le systématicien est respectueux de l'ordre de la nature, des rapports entre les êtres et de leur organisation. Les deux conceptions sont différentes, la première considérée comme une étape de la seconde, en attendant d'en savoir plus sur les «êtres naturels».

Jurine est également remarquable par ses expérimentations. Au moment où le vol des chauves-souris intrigue les savants, Lazzaro Spallanzani (1729-1799) découvre que, même aveuglés, ces animaux volent en évitant les obstacles. Outre la vue, il a testé le toucher, l'ouïe, l'odorat et, même, le goût, et il évoque un sixième sens encore

inconnu. À partir de l'étude de Spallanzani, Jurine expérimente avec des chauves-souris aveuglées, qui évitent les pièges. Puis il bouche le conduit auditif des animaux, et va même jusqu'à leur percer le tympan : il se convainc alors que l'ouïe est le sens utilisé et marque ainsi une étape dans l'histoire de l'écholocation. Spallanzani se rallie à ses conclusions, mais l'entourage scientifique de Jurine (dont Senebier et Saussure) bloque la publication des résultats. Georges Cuvier ignorera tout de l'interprétation approuvée par Spallanzani, mais s'indignera de la cruauté de Jurine.

L'abondance et la variété des recherches de Jurine en disent long sur son insatiable curiosité et sur ses compétences. Observateur soucieux d'exactitude, vérificateur inlassable, homme cultivé, il s'inscrit dans la pure tradition des Lumières. Il est plus compilateur que théoricien, et une trop grande dispersion l'a peut-être empêché d'avoir un rôle plus éclatant en médecine ou en histoire naturelle. Il avait toutes les qualités nécessaires.

Terminons en signalant la grande valeur éditoriale du volume sur Jurine aujourd'hui publié. La récente collection «Bibliothèque d'histoire des sciences» signe ici un ouvrage remarquablement documenté, d'une grande finesse d'analyse et d'une parfaite lisibilité.

Michèle FEBVRE