



JEU-CONCOURS N° 66

PIERRE TOUGNE

HÉRITAGE DIOPHANTIN

Un vigneron possède 45 tonneaux de vin dont 9 sont pleins, 9 sont remplis aux trois quarts, 9 remplis à moitié, 9 remplis au quart et 9 vides. Il désire les donner en héritage à ses cinq enfants de façon équitable, mais sans transvasement et de telle sorte que chacun reçoive autant de vin et le même nombre de tonneaux, et que, de plus, chacun reçoive au moins un tonneau de chaque sorte, et qu'il n'y ait pas deux qui reçoivent le même nombre de chaque sorte de tonneau. Pourriez-vous aider ce vigneron à faire ce partage en trou-

vant les trois répartitions fondamentalement différentes (c'est-à-dire aux permutations près entre ses enfants) possibles ?

Envoyez vos réponses aux questions à *Pour la Science*, 8, rue Férou, 75006 Paris. Parmi les réponses exactes reçues pendant le mois de décembre 1999, dix gagnants tirés au sort recevront un livre.

RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N° 64

Commençons par le plus simple, le damier $n \times n$. Le premier joueur gagne en jouant sur une case quelconque des diagonales. En effet, quelle que soit la case jouée par le deuxième joueur, le premier peut toujours jouer sur une case diagonale contiguë et emmener son adversaire vers un coin du damier où celui-ci n'aura pas de case de sortie.

Sur le damier 5×6 , il y a plusieurs stratégies, gagnantes pour le premier joueur, toutes fondées sur la « diagonale infernale ». En voici une partant de la case 1×2 (ligne puis colonne) montrée sur les figures 1a et 1b. Les coups du premier joueur sont notés en gras par des nombres impairs, tandis que ceux du deuxième joueur sont notés par des nombres pairs (éventuellement doublés s'il y a deux coups équivalents). Remarquez que dans le cas 1a, l'adversaire entre d'emblée dans une « diagonale infernale » sur un sous-damier 5×5 et que s'il veut l'éviter cas 1b, le premier joueur l'emmène sur une « diagonale infernale » sur un sous-damier 3×3 et c'est l'idée sous-jacente de toute stratégie sur un damier $n \times m$.

Pour le damier $1 \times n$, remarquons, d'une part, que si l'on numérote les coups à partir de 1, le premier joueur ne joue que des coups impairs et, d'autre part, que le joueur gagnant est celui jouant le dernier. Par conséquent, si $n = 2p + 1$, le premier joueur est assuré de gagner en jouant son premier coup sur la première case du damier (à droite ou à gauche), car le dernier coup jouable sera $2p + 1$. Si $n = 2p$, après le premier coup, le damier sera scindé en deux damiers $1 \times k$, $1 \times m$ avec $k + m = 2p - 1$ donc l'un des deux entiers k ou m sera impair et le deuxième joueur en jouant dans

Figure 1a

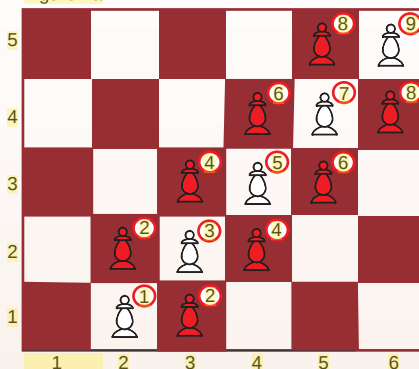


Figure 1b



Figure 2a

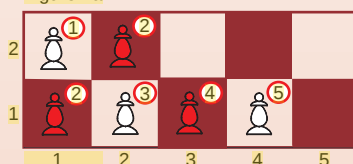
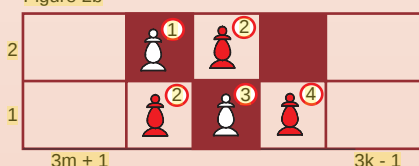


Figure 2b



ce damier impair gagnera en suivant la stratégie précédente.

En ce qui concerne le damier $2 \times n$, étudions le cas $n = 3p + 2$ où le premier joueur joue dans la case en haut et à gauche. Alors quel que soit le coup du deuxième joueur, le premier joueur peut atteindre la case 5 (voir figure 2a) et se retrouver au début d'un damier $2 \times 3(p-1) + 2$ et ainsi de suite jusqu'au damier 2×2 sur lequel il gagne. Si $n = 3p + 1$ ou $3p$, le premier joueur doit éviter de jouer sur une case laissant à droite ou à gauche un damier de la forme $2 \times 3k + 2$, auquel cas le deuxième joueur pourrait appliquer la stratégie précédente et gagner. Si $n = 3p$, le premier joueur peut toujours jouer sur une case laissant de part et d'autre des damiers $2 \times 2k + 1$ et $2 \times 2m + 1$ et forcer le deuxième joueur à lui laisser un damier $2 \times 3k - 1 = 2 \times (3k - 1) + 2$, comme le montre la figure 2b. Si $n = 3p + 1$, le premier joueur ne peut éviter de laisser un damier $2 \times 3k + 2$ qu'en jouant sur une case laissant deux damiers $2 \times 3k$ et $2 \times 3m$, mais alors le deuxième joueur en jouant sur la case de la même colonne le force au coup suivant à laisser un damier $2 \times 3k - 1$ ou $2 \times 3m - 1$ sur lequel il gagne (comme premier joueur). En résumé, si $n = 3p + 1$, le deuxième joueur gagne et dans les autres cas c'est le premier joueur.

Plus généralement, il semble que sur un damier $2n \times 2n$, quelle que soit la case de départ, le premier joueur gagne. En revanche, sur un damier $2n + 1 \times 2n + 1$, les quatre cases adjacentes à la case centrale sont perdantes pour le premier joueur. Sur un damier $n \times m$ avec $n, m \geq 3$, il semble aussi que le premier a une stratégie gagnante, mais les cases de départ gagnantes sont moins nombreuses. Ainsi sur le damier 5×6 , seules 18 cases sur 30 sont gagnantes.

Casus belli

On peut être tenté de provoquer la pluie sur tel ou tel pays défavorisé (voir *Pour la Science*, août 1999). Outre le fait que l'on n'a pas démontré que cela fonctionnait, on doit s'interroger sur la réaction des pays voisins qui verraient sûrement d'un mauvais œil disparaître des nuages dont ils auraient pu profiter. On introduirait là un nouveau *casus belli*, dont ces pays instables n'ont sûrement pas besoin.

Jean-Paul HERMANN, Massy

Le dobésilate

L'article «Pour prévenir les complications de la rétinopathie diabétique» (voir *Pour la Science*, septembre 1999) rapporte que des spécialistes réunis lors d'un symposium international à Genève ont clairement reconnu l'intérêt thérapeutique du dobésilate. Parallèlement, les experts de l'Agence française de sécurité sanitaire des produits de santé ont classé le Doxium® parmi les médicaments «inutiles». Or, le principe actif du Doxium® est le dobésilate. Quelle explication donner à cette apparente discordance ?

Pierre ALLAIN, Angers

Réponse de Gérard Normier

Doxium® (dobésilate de calcium) est un régulateur des fonctions des capillaires sanguins. Il est indiqué dans les micro-angiopathies (rétinopathie diabétique) et dans les manifestations cliniques de l'insuffisance veineuse chronique. Doxium® est enregistré et commercialisé en Europe depuis 1967. Il est vendu dans plus de 60 pays.

Plusieurs publications scientifiques ont montré l'efficacité clinique de Doxium®. Actuellement, et afin de moderniser le dossier d'enregistrement, de nouvelles études cliniques, effectuées selon les normes de bonnes pratiques cliniques et en double aveugle, sont en cours utilisant les techniques les plus modernes telles que la fluorophotométrie et l'analyse de l'épaisseur de la rétine pour la rétinopathie diabétique. Une de ces études se déroule actuellement en Europe, incluant 600 patients, et avec un suivi de cinq ans.

Pour l'insuffisance veineuse chronique, une nouvelle étude européenne contrôlée sur 286 patients, fondée sur une méthodologie répondant aux derniers critères de qualité, vient de se terminer. L'analyse préliminaire confirme l'efficacité du Doxium® sur des paramètres objectifs.

Les experts de l'Agence française de sécurité sanitaire des produits de santé, et selon l'article du *Monde* du 18 septembre 1999, ont défini la classe thérapeutique veinotonique (contenant 184 médicaments) comme médicaments «inutiles». Doxium®, faisant partie de cette classe thérapeutique, est actuellement sous évaluation auprès de l'Agence française de sécurité sanitaire des produits de santé pour son Service médical rendu. La commission de la transparence n'a pas encore rendu les résultats.

Le symposium international, à Genève, a traité le sujet «pour prévenir les complications de la rétinopathie diabétique». Les experts, en majorité des ophtalmologistes, ont montré le rôle thérapeutique de Doxium® dans le ralentissement de l'évolution de la rétinopathie diabétique, une complication du diabète qui met l'acuité visuelle en danger et pour laquelle une alternative thérapeutique est quasi inexistante.

Gérard NORMIER, OM Pharma

Karl Marx

Dans votre dossier *Les mathématiques sociales*, au sein du premier article, la légende d'un encadré indiquait, à propos de Karl Marx, que l'application de ses théories avait abouti à un échec.

La formule «l'application de ses théories» dénote par rapport à la rigueur et la qualité de *Pour la science*. Je suppose que l'auteur de l'article, qui a soigné son texte, n'en est pas responsable. J'imagine que la formulation utilisée résulte du manque de vigilance à l'égard d'une expression, «appliquer une théorie», malheureusement répandue, qui véhicule une conception vulgaire et fautive de ce qu'est une théorie, et, qui est facteur d'illusion sur le rôle et le pouvoir de l'activité théorique.

Une telle formulation doit heurter tout scientifique ou épistémologiste qui étudie une réalité (un domaine de la réalité) pour en déduire une théorie. En mathématiques, il existe une théorie des groupes. Elle énonce les propriétés des ensembles qui en vérifient les axiomes, mais «appliquer la théorie» des groupes à un ensemble n'a pas de sens. Un ensemble est un groupe ou non. S'il n'en est pas un, la théorie ne le transforme pas en groupe. Une théorie ne modifie pas la réalité.

Un théoricien cherche à élaborer une théorie de la réalité, en partant des données factuelles sélectionnées par une théorisation précédente devenue insatisfaisante. Je pense qu'une théorie est une représentation (modèle, interprétation, description, trans-

cription, ... le choix du terme exact est ouvert au débat épistémologique) d'une réalité. Par conséquent, une construction intellectuelle qui ne représente pas une réalité existante, n'est pas une théorie puisqu'elle n'est pas théorie d'une réalité.

Si on admet l'existence d'une réalité en soi, objective (c'est ce qu'on suppose en considérant qu'une théorie est communicable, même imparfaitement, d'un individu à l'autre), on admet que la réalité ne dépend pas de la théorie. Tenter de conformer de force la réalité à une théorie importée d'ailleurs, n'est pas respecter l'élaboration théorique. Vouloir construire la «réalité d'une théorie», c'est confondre théorie et projet. On réalise un projet, pas une théorie.

Mais Karl Marx n'a rien écrit qui soit un «projet de société (future)» et il s'est au contraire distingué des «socialistes utopiques». Il a seulement élaboré une théorie du «capital». On peut débattre de sa validité ou même de sa scientificité. On peut discuter de la validité d'une «théorie de la société (actuelle)», mais renverser, par chiasme, le génitif de cette formule, c'est abandonner le terrain de la théorie.

Réaliser un projet de société ou une réforme de société, suppose néanmoins de prendre en compte les données actuelles et les prévisions mises en forme par une théorie satisfaisante (pour ne pas tomber dans l'utopie). Mais cette prise en compte ne garantit pas une fidélité à cette théorie ni à sa méthode. La réalité obtenue doit elle aussi faire l'objet d'une théorie qui n'est pas écrite d'avance. Un projet est lui-même une réalité (le résultat d'une activité intellectuelle basée sur des données factuelles et des prévisions) dont on peut tenter la théorie. La méthode utilisée par Marx pour étudier le capitalisme peut évidemment être transposée pour tenter de théoriser d'autres sociétés, sociétés antérieures ou sociétés contemporaines (incluant ou non une économie de marché), mais le résultat n'appartiendrait pas à Marx puisqu'il n'a pas fait ou n'a pas pu faire cette élaboration. Rendons à Marx ce qui est à Marx et seulement ce qui est à Marx.

Pierre RUSCASSIE, Pau

Écrivez à *Pour la Science* vos réactions, vos commentaires et vos réflexions sur l'actualité scientifique et vos relations avec la science. L'adresse de *Pour la Science* sur Internet est : tribune@pouirlascience.fr. Découvrez d'autres contributions de lecteurs sur le site Web www.pouirlascience.com.