

La mécanique des tissus

JEAN-FRANÇOIS GANGHOFFER • MASSIMO MAGNO

Le comportement des tissus est dû à l'interaction des fils de chaîne et des fils de trame. Une analyse du tissu modélisé par un réseau de poutres, et l'utilisation de l'analyse non standard rendent compte des déformations dues aux efforts de traction. Ces modèles sont utiles en confection.

Les structures tissées ont aujourd'hui des applications de pointe (nappes géotextiles, prothèses vasculaires, blindages) qui prolongent les applications plus classiques. Les textiles sont surtout utiles parce qu'ils se déforment beaucoup (plusieurs fois leurs dimensions initiales) et s'adaptent ainsi à des variations de forme importantes, telles celles qui sont imposées par les mouvements du corps humain.

Pourquoi ces propriétés de déformation ? Parce qu'ils sont constitués d'un réseau de fils entrelacés, les fils de chaîne et les fils de trame, qui glissent les uns contre les autres. Plus précisément, le comportement macroscopique des textiles résulte d'une combinaison de mécanismes de déformation qui se produisent sur une gamme d'échelles étendue (voir la figure 1), de l'échelle microscopique (le fil) à l'échelle macroscopique (la structure). L'échelle mésoscopique, intermédiaire, est celle de quelques ondulations d'un fil, où l'on observe, par exemple, les plis formés par un tissu.

Afin de comprendre et de prévoir le comportement des tissus en fonction de l'armure et de la nature des fils (l'armure est le type d'entrecroisement des fils de chaîne et de trame), afin de choisir le fil et l'armure adaptés aux applications, des équipes de mathématiciens et de mécaniciens cherchent ensemble des modèles mécaniques des structures tissées, à l'échelle mésoscopique. À Mulhouse, avec Marc Renner, de l'École nationale supérieure des industries textiles, nous avons obtenu de telles descriptions en modélisant un fil, puis en remontant à l'échelle du réseau de fils

entrelacés. C'est l'approche «micro-mécanique». Par ailleurs, les mathématiques non standard ont donné, lors du passage du fil au tissu, des informations inaccessibles autrement. Ces descriptions ont été complétées par des modélisations des grandes déformations et, notamment, des courbures imposées par la réunion des pièces de tissu en structures complexes, telles que les vêtements.

Singulier comportement

Avant d'étudier les modélisations, examinons quelques aspects du comportement des tissus, mis en évidence par des essais mécaniques simples. Les déformations des tissus apparaissent nettement quand on enregistre une courbe de traction unidirectionnelle, c'est-à-dire quand on mesure l'allongement d'un tissu que l'on tire dans une direction. La courbe présente une allure en J, où apparaissent trois domaines, associés à autant de mécanismes de déformation (voir la figure 2).

Le premier domaine, la partie plate de la courbe, résulte de l'annulation des bosselures du tissu à l'échelle macroscopique sous faible traction : une petite traction engendre un allongement notable.

Dans le deuxième domaine, le fil sollicité perd son ondulation, sans que sa longueur change ; c'est un phénomène purement géométrique, la variation angulaire de la ligne moyenne du fil, qui conduit à elle seule à un allongement de plusieurs dizaines de pour cent. La perte d'ondulation du fil sollicité s'accompagne, à l'inverse, d'un gain d'ondulation du fil transverse :

ce transfert d'ondulation résulte du couplage des fils de chaîne et des fils de trame.

En conséquence, le tissu rétrécit dans la direction transverse ; le rapport entre la déformation transverse et la déformation dans la direction de sollicitation définit ce que l'on nomme le coefficient de contraction, ou coefficient de liage (l'équivalent de ce que les spécialistes de mécanique des milieux continus nomment coefficient de Poisson). Compris entre 0 et 0,5 pour les milieux continus, ce coefficient est supérieur à 100 pour certains textiles (dans le sens de l'épaisseur, on observe parfois un comportement singulier, avec une augmentation d'épaisseur).

Des glissements entre les fils de chaîne et de trame, là où ils sont en contact, se produisent parfois lors du deuxième stade de la déformation, tant que les espaces entre les fils permettent une mobilité. Ces glissements, lorsqu'ils se produisent dans le plan moyen des fils, permettent un gauchissement du tissu et une variation de forme qui est utilisée dans la mise en forme des surfaces textiles.

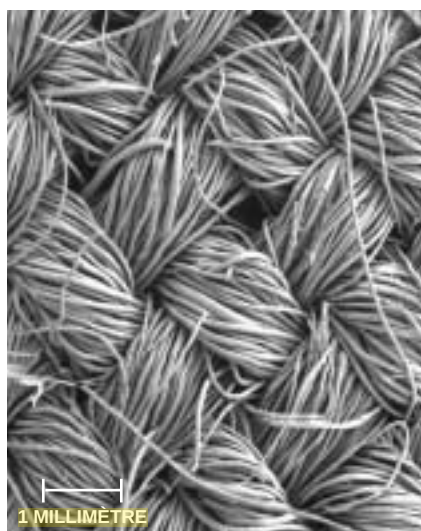
A contrario, la fin du deuxième mécanisme correspond à une structure bloquée, les possibilités de perte d'ondulation du fil sollicité étant interdite par la présence du fil transverse. Les fils ne pouvant plus bouger, ils se déforment : c'est le troisième domaine de la courbe, qui correspond à une déformation du fil par extension, jusqu'à la rupture. Cette dernière partie de la courbe présente une pente plus accentuée, car le fil est directement sollicité dans le sens longitudinal.

Des descriptions incomplètes

Les mécaniciens ont cherché trois types principaux de descriptions du comportement des textiles : des théories géométriques, des théories mécaniques et des théories énergétiques.

Les premières, les plus anciennes, considèrent la déformation des textiles comme un problème essentiellement géométrique. Ainsi, en 1937, F. Pierce, de l'Association de recherche de l'industrie britannique du coton, décrivit l'armure de la toile (l'armure la plus simple, où les fils de chaîne et les fils

de trame alternent, en se croisant à 90 degrés) en représentant les fils par une succession d'arcs de cercle et de segments de droite, leur section étant considérée circulaire et incompressible. Pierce calcula alors des relations entre les épaisseurs des fils, les rayons de courbure, l'épaisseur du tissu, et il



1. LES DIFFÉRENTES ÉCHELLES auxquelles on doit analyser les textiles sont représentées ici. Le vêtement (*en haut à gauche*) est composé de pièces planes découpées dans les laizes de tissu (*en haut*

à droite). Le tissu est lui-même un entrecroisement de fils (*en bas à gauche*), qui sont constitués de fibres (*en bas, à droite*). Les photographies inférieures sont prises au microscope électronique.

obtint une bonne description de la variation d'épaisseur du tissu en fonction de son allongement.

Puis, à l'Université de Kyoto, Sueo Kawabata proposa un modèle plus simple, qui négligeait l'ondulation des fils ; c'était toutefois une amélioration, parce qu'il prenait en compte les modules en traction et en compression des fils (les relations entre la déformation des fils et les contraintes qui leur étaient appliquées), ce qui permettait une analyse de leur comportement mécanique sous sollicitation. Il tenait également compte des couplages dus aux contacts entre les fils.

La première théorie véritablement mécanique apparut seulement en 1964 : B. Olofsson voulut également tenir compte de la rigidité en flexion des fils. S'inspirant du travail de Pierce, il se limita à un problème plan et considéra que chaque fil n'est soumis qu'à une force d'allongement et à des forces de traction qui proviennent des fils transverses.

En 1966, au Collège Shenkar, en Israël, P. Grosberg tenta ensuite d'expliquer le comportement du tissu soumis à une sollicitation de flexion, en

prenant en compte le rôle des fibres qui constituent le fil. Il considéra que les fibres d'un fil peuvent occuper deux types de région : des intersections entre les fils de chaîne et les fils de trame, où fils et fibres (considérées comme parallèles, dans sa description) sont déformés (les fibres situées à l'extérieur de la courbure sont étirées, tandis que celles de l'intérieur de la courbure sont comprimées), et des zones de raccord. Les déformations engendrent des frottements : lorsque la différence de tension sur les fibres situées à l'extérieur de la courbure est supérieure à la résistance au frottement, par exemple, les fibres glissent les unes sur les autres. P. Grosberg décrit ces phénomènes en assimilant le tissu à une superposition de plaques fléchies et en calculant les frottements relatifs entre les plaques.

Plus récentes, enfin, les théories énergétiques reconnaissent enfin que les fils d'un tissu se disposent de façon que la structure finale ait une énergie minimale. L'énergie totale est la somme de plusieurs énergies : l'énergie de flexion due aux ondulations, l'énergie de torsion des fils, l'énergie

de compression latérale due aux contacts entre les fils, et l'énergie d'étiement longitudinal des fils. Selon les cas, certaines de ces énergies sont négligeables.

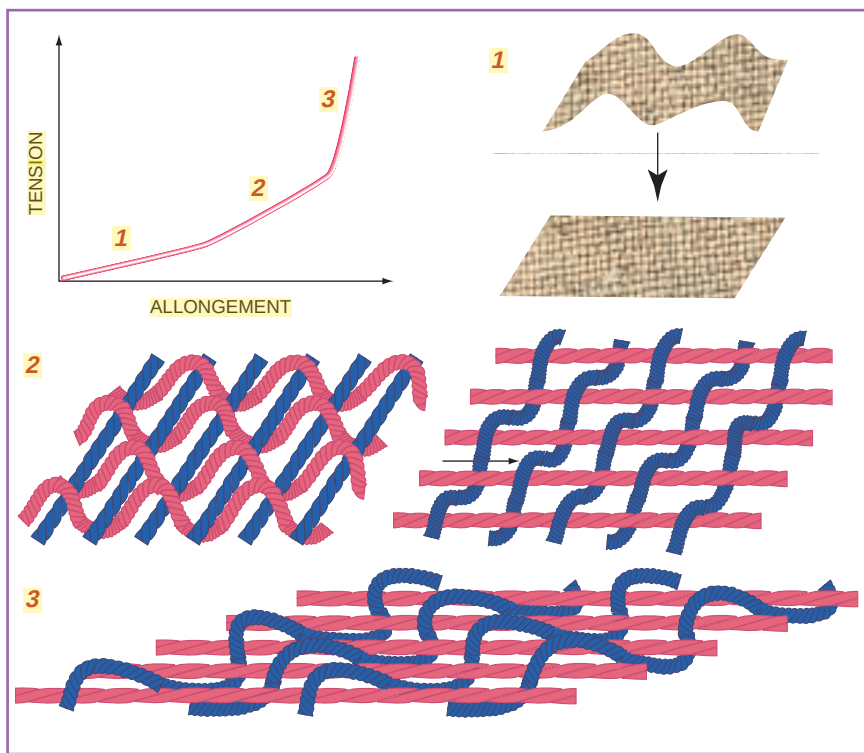
Occultant chacune des aspects importants des textiles, ces diverses descriptions sont toutefois insuffisantes. En revanche, l'analyse micromécanique, explorée depuis les années 1970, décrit les phénomènes essentiels qui déterminent le comportement des textiles.

La micromécanique du tissu

Bien que les textiles soient utilisés pour la réalisation de surfaces dans l'espace à trois dimensions, on peut souvent les considérer comme des structures à deux dimensions, parce qu'ils sont bien plus minces que longs et larges. La première étape de la fabrication d'un matériau textile est d'ailleurs la réalisation d'un patron, plan, que l'on obtient par une mise à plat des éléments de surface tridimensionnels. L'optimisation du patron, c'est-à-dire le choix des fils et de leur agencement (l'armure), nécessite une bonne connaissance du comportement mécanique du tissu, à l'échelle des pièces qui seront assemblées. Aussi une modélisation suffisamment précise et réaliste à cette échelle de description intermédiaire sert de point de départ utile.

La modélisation doit donc tenir compte des caractéristiques du tissu mises en œuvre lors de la confection : hétérogénéité du matériau, forte relation entre l'échelle microscopique et les échelles supérieures, grandes déformations et grandes rotations. L'analyse micromécanique tient compte de ces caractéristiques, parce qu'elle se fonde sur la modélisation du constituant de base du matériau (le fil), pour ensuite remonter au comportement à l'échelle supérieure, en moyennant les comportements des constituants microscopiques.

Une autre possibilité serait une modélisation directement macroscopique, qui tiendrait indirectement compte des caractéristiques propres à l'échelle microscopique, par exemple à l'aide de variables qui seraient ensuite déterminées par des expériences sur des tissus réels. Toutefois



2. UN TISSU QUE L'ON ÉTIRE se déforme par trois mécanismes successifs. Tout d'abord, les ondulations du tissu sont aplanies (*en haut*). Puis les fils étirés deviennent rectilignes, tandis que les fils perpendiculaires gagnent l'ondulation perdue (*au milieu*). Enfin les fils étirés sont allongés élastiquement (*en bas*), puis se déforment de façon irréversible. Au-delà, les fils cassent et le tissu se dégrade.