

3. ADDITION DE LIPONOMBRES

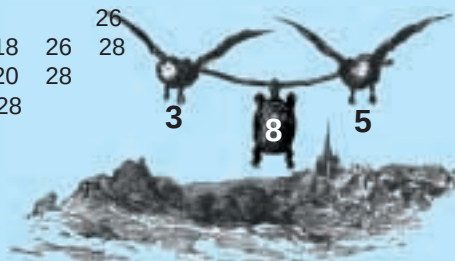
Les seuls liponombres (nombres qui ne comportent pas de "e" dans leur écriture en toutes lettres) inférieurs à un million sont : un, trois, cinq, six, huit, dix, dix-huit, vingt, vingt-trois, vingt-cinq, vingt-six, vingt-huit.

Voici leur table d'addition :

	1	3	5	6	8	10	18	20	23	25	26	28
1				6						26		
3				6	8				23	26	28	
5		6	8	10			23	25	28			
6								26				
8							18	26	28			
10								20	28			
18												
20												
23												
25												
26												
28												

Le résultat d'une série d'opérations dépend de l'ordre dans lequel on les effectue, autrement dit l'addition des liponombres n'est pas associative. Pour calculer "dix plus huit plus cinq", on peut calculer d'abord "dix plus huit", qui vaut dix-huit, puis ajouter cinq pour obtenir vingt-trois. Mais si l'on commence par calculer "huit plus cinq" le résultat intermédiaire n'est pas un liponombre, et l'on ne peut donc pas terminer le calcul. Dans l'ensemble des liponombres, $(10 + 8) + 5 = 23$, mais $10 + (8 + 5)$ n'est pas défini. Quand on fait la somme de trois nombres, dans certains cas aucune somme partielle de deux des trois nombres ne donne un liponombre, bien que la somme globale en soit un. Voici quelques exemples :

- un plus un plus un font trois,
- trois plus un plus un font cinq,
- dix-huit plus six plus un font vingt-cinq,
- vingt-trois plus un plus un font vingt-cinq,
- vingt-six plus un plus un font vingt-huit.



lipogramme de Georges Perec (publié dans l'ouvrage collectif OULIPO *La Littérature Potentielle*, Ed. Gallimard, 1973).

Venons-en aux découvertes remarquables faites il y a quelques mois par Nicolas Graner :

- il y a exactement 512 233 nombres premiers sans «e» (nous dirons lipopremiers), pas un de plus, pas un de moins !
- le plus grand lipopremier est : vingt-huit quintillions vingt-huit quadrillions vingt-huit trillions vingt-huit billions vingt-six milliards huit millions trois, soit : 28 000 028 000 028 000 028 000 003.

La justification de ces affirmations que nous allons détailler maintenant se fonde sur quelques raisonnements combinatoires amusants. Qu'est-ce qu'un liponombre et un lipopremier ? Pour cela, nous allons examiner l'écriture en toutes lettres d'un nombre.

ÉCRITURE DES NOMBRES EN FRANÇAIS

La question n'est pas simple. En effet, lorsque l'on traite de nombres dont le nom ne comporte pas de «e», il faut préciser de quel nom il s'agit, car tout nombre peut

s'écrire en toutes lettres de plusieurs façons en français. Le nombre *huit* (lipogramme en «e», «a» et «o») est aussi *quatre plus quatre* (lipogramme en «i» et «o»), *dix moins deux* (lipogramme en «a»), *cinq plus trois* (lipogramme en «a» et «e»), *deux plus six* (lipogramme en «a» et «o»), deux à la puissance trois, ou enfin «le nombre qui s'écrit un-zéro-zéro-zéro en base deux», etc. Chaque nombre peut bien sûr s'écrire d'une infinité de façons différentes (huit, par exemple, s'écrit : neuf moins un, dix moins deux, onze moins trois, etc.)

En écrivant n sous la forme «un plus un plus ... plus un» (n fois «un»), on obtient toujours une écriture lipogrammatique du nombre n en «e», «o» et «a». On établit ainsi que tout nombre est un lipogramme en n'importe quelle lettre.

Nous examinerons les liponombres, en nous référant à une définition normalisée qui donnera un nom officiel à chaque entier et nous ne nous intéresserons plus qu'aux lipogrammes en «e» (les plus difficiles, puisque «e» est la lettre la plus fréquente en français), que nous appellerons simplement liponombres.

Pour les nombres jusqu'à 10^{12} , c'est-à-dire mille milliards, l'orthographe française propose une écriture que nous adopterons comme base et qui fixe la notation officielle recherchée. Le nombre 32 644 255 232 628 s'écrit trente-deux mille six cent quarante-quatre milliards deux cent cinquante-cinq millions deux cent trente-deux mille six cent vingt-huit.

Pour les nombres au-delà de 10^{12} , différents systèmes ont été proposés, et le mieux est de s'en tenir à un texte officiel. Nicolas Graner a eu quelques difficultés à dénicher un tel texte, mais, il y a deux mois, il en a découvert un qui propose une norme pour l'écriture des grands nombres. Il s'agit d'une note annexée au décret n° 61-501 du 3 mai 1961 relatif aux unités de mesure et au contrôle des instruments de mesure (*Journal officiel* du 20 mai 1961) modifié par les décrets n° 75-1200 du 4/12/1975 et n° 82-203 du 26/2/1982. Cette note stipule : «Énoncé des très grands nombres. Pour énoncer les puissances de 10, à partir de 10^{12} , on applique la règle exprimée par la formule : $10^{6N} = N$ -illion. Exemples : $10^{12} =$ billion, $10^{18} =$ trillion, $10^{24} =$ quadrillion, $10^{30} =$ quintillion, $10^{36} =$ sextillion, etc.»

L'usage du etc. final est assez troublant dans un texte réglementaire et laisse indécise la question d'une nomenclature exhaustive : quels mots doivent être autorisés ? Pour lever cette énigme, adressons-nous donc aux dictionnaires. Celui de l'Académie française, dont aucune nouvelle version n'a paru depuis le texte de 1961, ne peut servir de référence. Nous utiliserons donc un dictionnaire disponible, et régulièrement mis à jour, le *Petit Robert*, et nous nous en tiendrons strictement à la terminologie qu'il mentionne. Il se trouve que les termes pour désigner des puissances de dix au-delà du milliard (bien sûr présent dans tous les dictionnaires français) qui possèdent une entrée dans le *Petit Robert* correspondent à ceux de l'article de 1961 : billion, trillion, quadrillion, quintillion, sextillion.

Nous adopterons donc la convention de 1961 en ne retenant que les termes qui y sont explicitement mentionnés. Plus loin, nous envisagerons ce que deviendraient les résultats de Nicolas Graner lorsqu'on étend ce vocabulaire de base.

Il faut remarquer que les termes de milliard, trillion (parfois utilisés en français) ne pourront donc pas être employés dans un liponombre ou un lipopremier. Notons aussi que le terme de quadrillion (parfois utilisé) a été éliminé au profit de quintillion.

En résumé, pour traiter notre problème des liponombres (sans «e»), les